

*Influencia de la rigidización en la resistencia de  
vigas armadas de acero frente a cargas concentradas*

*Autor: Ricard Barrau Hernández*

*Tutor: Enrique Mirambell Arrizabalaga*

---

## Resumen

Las vigas metálicas armadas que se utilizan en puentes empujados, presentan cantos grandes de cara a satisfacer las solicitaciones a flexión. Debido a ello, la altura del alma suele ser grande y el área a cortante resulta suficiente incluso con espesores de alma muy pequeños. Sin embargo, aunque la resistencia plástica del panel del alma sea suficiente, su esbeltez hace que puedan producirse problemas de inestabilidad que reducen la resistencia final del panel frente a cargas concentradas (patch loading).

En esta situación, existen fundamentalmente dos estrategias a tener en cuenta: aumentar el espesor del alma o bien hacer uso de la rigidización transversal y longitudinal. El equilibrio entre ambas medidas no es una decisión sencilla, ya que la solución adoptada debe satisfacer varios modos de fallo distintos, con requerimientos distintos.

Para determinar la solución óptima, es necesario que el proyectista pueda evaluar con precisión los beneficios y los costes de cada una de las opciones, lo que a su vez requiere que la normativa ofrezca una formulación precisa.

La experiencia y algunos estudios realizados nos hacen pensar que la formulación existente para evaluar la resistencia a patch loading produce resultados poco precisos, subestimando la resistencia de vigas con rigidizadores transversales próximos entre sí, la aportación resistente de la rigidización longitudinal, y el trabajo conjunto de ambos tipos de rigidización. Como consecuencia, el proyectista juzgará la opción de rigidizar como más costosa y se reducirán las ocasiones en que ésta se utilice.

Uno de los propósitos de este trabajo ha sido realizar, mediante el método de los elementos finitos, un estudio paramétrico amplio que permitiese contrastar los resultados que ofrece la actual normativa.

El estudio paramétrico ha sido llevado a cabo mediante el software Abaqus, incluyendo como importante novedad la consideración de un modelo de viga completa frente a los modelos habituales de un solo panel. Este cambio da lugar a numerosos problemas que no se producían con el anterior modelo, como por ejemplo la fuerte interacción de modos de fallo completamente distintos del estudiado.

Las soluciones halladas para superar dichos problemas deberían ser contrastadas y en algunos casos mejoradas, ya que constituyen solamente una primera aproximación al análisis de este modelo tan poco utilizado. El hecho de representar una primera experiencia en el análisis de modelos numéricos más realistas y en la identificación de las dificultades que esto conlleva es quizá una de las principales aportaciones de este trabajo.

El estudio paramétrico ha confirmado, considerando siempre las limitaciones expuestas anteriormente, las desviaciones esperadas en los resultados procedentes de la normativa y, aunque no es uno de los objetivos fundamentales de este estudio, ha permitido proponer algunas mejoras en la formulación existente.

*Influence of stiffening in steel plate girders resistance under patch loading**Author: Ricard Barrau Hernández**Tutor: Enrique Mirambell Arrizabalaga*

---

## Abstract

Steel plate girders used in launched bridges are frequently deep girders in order to satisfy bending demands. Due to it, the height of the web is in the habit of being big and the shear area turns out to be sufficient even with reduced web thicknesses. Nevertheless, though the plastic resistance of the web plate is sufficient, instability problems can occur due to slenderness, reducing the final resistance of the panel under patch loading.

In order to solve this problem, two strategies could be followed: to increase the web thickness or use the transverse and longitudinal stiffening. The balance between both measures is not a simple decision, since the adopted solution must satisfy several different failure modes, with different requirements.

To determine the optimum solution, it is necessary that the designer could evaluate accurately the benefits and the costs of each one of the options, for which is necessary that codes offer a precise formulation.

The experience and some studies make us think that the existing formulation to evaluate the resistance to patch loading produces slightly precise results, underestimating the resistance of girders with transversal stiffeners nearby between them, the resistant contribution of the

longitudinal stiffening, and the joint work of both types of stiffening. As consequence, the designer will judge the option of stiffening as costlier so the use of this solution will diminish.

One of the objects of this work has been to carry out, by means of the method of the finite elements, a parametric study wide enough to confirm the results that the current code offers.

The parametric study has been carried out by means of the software Abaqus, including as important innovation the consideration of a model of complete girder opposite to the habitual models of an alone panel. This change gives place to several problems that were not appear with the previous model, as for example the strong interaction of failure modes completely different from the studied one.

The solutions found to overcome the above mentioned problems should be contrasted and in some cases improved, since they constitute only the first approach to the analysis of this model so little used. The fact of representing a first experience in the analysis of the most realistic numerical models and in the identification of the difficulties that this carries it is probably one of the principal contributions of this work.

The parametric study has confirmed, considering always the previously exposed limitations, the divergences expected in the results proceeding from the codes and, though it is not one of the fundamental objects of this study, has allowed to propose some improvements in the existing formulation.

# Índice

<b>1</b>	<b><i>Introducción</i></b>	<b>13</b>
1.1	<i>Antecedentes</i>	13
1.2	<i>Objetivos</i>	14
1.3	<i>Contenido del documento</i>	15
1.4	<i>Variables utilizadas</i>	17
<b>2</b>	<b><i>Estado del conocimiento</i></b>	<b>19</b>
2.1	<i>Influencia del rigidizador longitudinal</i>	19
2.2	<i>Antecedentes en el cálculo de patch loading</i>	23
2.3	<i>Formulación del Eurocódigo 3</i>	28
2.3.1	<i>Almas sin rigidización longitudinal</i>	28
2.3.2	<i>Almas con rigidización longitudinal</i>	31
2.4	<i>Otros antecedentes</i>	33
<b>3</b>	<b><i>Modelo numérico</i></b>	<b>37</b>
3.1	<i>Código de elementos finitos</i>	37
3.2	<i>Geometría del problema</i>	38
3.2.1	<i>Esquema de la viga utilizada</i>	38

<b>3.3</b>	<b><i>Tipo de elemento utilizado</i></b>	<b>39</b>
3.3.1	<i>Familias de elementos</i>	39
3.3.2	<i>Elementos sólidos y elementos lámina</i>	40
3.3.3	<i>Láminas gruesas y láminas delgadas</i>	41
3.3.4	<i>Hipótesis de Love-Kirchhoff</i>	42
3.3.5	<i>Elemento utilizado en el modelo</i>	43
<b>3.4</b>	<b><i>Condiciones de vinculación</i></b>	<b>44</b>
<b>3.5</b>	<b><i>Introducción de la carga</i></b>	<b>48</b>
3.5.1	<i>Magnitud y extensión de la carga</i>	48
3.5.2	<i>Modelización de la zona de carga</i>	50
<b>3.6</b>	<b><i>Características de la malla</i></b>	<b>52</b>
<b>3.7</b>	<b><i>Análisis de autovalores</i></b>	<b>52</b>
<b>3.8</b>	<b><i>Análisis no lineal</i></b>	<b>55</b>
<b>4</b>	<b><i>Estudio paramétrico</i></b>	<b>61</b>
4.1	<i>Objetivos</i>	61
4.2	<i>Valores de las variables geométricas</i>	61
4.2.1	<i>Variables principales</i>	62
4.2.2	<i>Variables fijas</i>	62
4.2.3	<i>Variables dependientes</i>	63
4.3	<i>Valores de las variables no geométricas</i>	64
4.3.1	<i>Variables del material</i>	64
4.4	<i>Casos estudiados</i>	64
4.5	<i>Selección de los resultados a analizar</i>	71

<b>4.6</b>	<b><i>Evaluación de resultados</i></b>	<b>72</b>
4.6.1	<i>Comparación con Eurocódigo 3</i>	72
4.6.2	<i>Valores obtenidos</i>	76
<b>4.7</b>	<b><i>Formulación propuesta</i></b>	<b>80</b>
4.7.1	<i>Estrategia</i>	80
4.7.2	<i>Influencia de la longitud de carga (1ª modificación)</i>	81
4.7.3	<i>Influencia del parámetro <math>a/h_w</math> (2ª modificación)</i>	85
4.7.4	<i>Influencia del rigidizador longitudinal (3ª modificación)</i>	87
<b>5</b>	<b><i>Conclusiones</i></b>	<b>99</b>
5.1	<i>Conclusiones</i>	99
5.2	<i>Futuras líneas de trabajo</i>	101
<b>6</b>	<b><i>Referencias</i></b>	<b>103</b>
<b>7</b>	<b><i>Glosario</i></b>	<b>105</b>

## Índice de figuras

<i>Figura 2-1</i>	<i>Geometría en paneles rigidizados</i>	20
<i>Figura 2-2</i>	<i>Modos de colapso en vigas rigidizadas longitudinalmente</i>	22

<i>Figura 2-3</i>	<i>Mecanismo de fallo formado por 4 rótulas plásticas</i>	25
<i>Figura 2-4</i>	<i>Longitud de ala sobre la cual se aplica la carga distribuida</i>	31
<i>Figura 2-5</i>	<i>Sección a tener en cuenta para el cálculo de <math>I_{sl}</math></i>	32
<i>Figura 3-1</i>	<i>Geometría de la viga a modelizar</i>	38
<i>Figura 3-2</i>	<i>Familias de elementos en Abaqus</i>	39
<i>Figura 3-3</i>	<i>Modelización con elementos sólidos y con elementos lámina</i>	40
<i>Figura 3-4</i>	<i>Hipótesis de Reissner-Mindlin</i>	42
<i>Figura 3-5</i>	<i>Hipótesis de Love-Kirchhoff</i>	42
<i>Figura 3-6</i>	<i>Modelización del apoyo fijo</i>	45
<i>Figura 3-7</i>	<i>Modelización del apoyo con desplazamientos longitudinales permitidos</i>	45
<i>Figura 3-8</i>	<i>Coacciones laterales utilizadas</i>	47
<i>Figura 3-9</i>	<i>Esquema de introducción de la carga</i>	48
<i>Figura 3-10</i>	<i>Placa de carga poco rígida</i>	51
<i>Figura 3-11</i>	<i>Placa de carga rígida</i>	51
<i>Figura 3-12</i>	<i>Modo de pandeo principal en viga sin rigidización</i>	54
<i>Figura 3-13</i>	<i>Modo de pandeo secundario en viga sin rigidización</i>	54



<i>Figura 3-14</i>	<i>Evolución de las tensiones y deformaciones en un análisis no lineal</i>	58
<i>Figura 3-15</i>	<i>Curva carga-desplazamiento (I)</i>	58
<i>Figura 3-16</i>	<i>Curva carga-desplazamiento (II)</i>	58
<i>Figura 4-1</i>	<i>Cociente carga última FEM / carga última Eurocódigo 3</i>	73
<i>Figura 4-2</i>	<i>Cociente carga última FEM / carga última Eurocódigo 3</i>	74
<i>Figura 4-3</i>	<i>Cociente carga última FEM / carga última Eurocódigo 3</i>	75
<i>Figura 4-4</i>	<i>Cociente carga última FEM / carga última Eurocódigo 3</i>	76
<i>Figura 4-5</i>	<i>Carga última obtenida en los ensayos numéricos</i>	77
<i>Figura 4-6</i>	<i>Carga última obtenida en los ensayos numéricos</i>	78
<i>Figura 4-7</i>	<i>Carga última obtenida en los ensayos numéricos</i>	79
<i>Figura 4-8</i>	<i>Carga última obtenida en los ensayos numéricos</i>	80
<i>Figura 4-9</i>	<i>Cociente carga última FEM / carga última Eurocódigo 3 en vigas sin rigidización longitudinal</i>	82
<i>Figura 4-10</i>	<i>Cociente carga última FEM / carga última formulación propuesta (1ª modificación), en vigas sin rigidización longitudinal</i>	84
<i>Figura 4-11</i>	<i>Cociente carga última FEM / carga última formulación propuesta (2ª modificación), en vigas sin rigidización longitudinal</i>	86

<i>Figura 4-12</i>	<i>Cocientes carga última FEM / carga última Eurocódigo 3 y carga última FEM / carga última de la formulación propuesta (2ª modificación)</i>	<i>88</i>
<i>Figura 4-13</i>	<i>Cocientes carga última FEM / carga última Eurocódigo 3 y carga última FEM / carga última de la formulación propuesta (2ª modificación)</i>	<i>89</i>
<i>Figura 4-14</i>	<i>Cocientes carga última FEM / carga última Eurocódigo 3 y carga última FEM / carga última de la formulación propuesta (2ª modificación)</i>	<i>90</i>
<i>Figura 4-15</i>	<i>Cocientes carga última FEM / carga última Eurocódigo 3 y carga última FEM / carga última de la formulación propuesta (2ª modificación)</i>	<i>91</i>
<i>Figura 4-16</i>	<i>Cocientes carga última FEM / carga última Eurocódigo 3 y carga última FEM / carga última de la formulación propuesta (3ª modificación)</i>	<i>93</i>
<i>Figura 4-17</i>	<i>Cocientes carga última FEM / carga última Eurocódigo 3 y carga última FEM / carga última de la formulación propuesta (3ª modificación)</i>	<i>94</i>
<i>Figura 4-18</i>	<i>Cocientes carga última FEM / carga última Eurocódigo 3 y carga última FEM / carga última de la formulación propuesta (3ª modificación)</i>	<i>95</i>
<i>Figura 4-19</i>	<i>Cocientes carga última FEM / carga última Eurocódigo 3 y carga última FEM / carga última de la formulación propuesta (3ª modificación)</i>	<i>96</i>
<i>Figura 4-20</i>	<i>Comparación de los histogramas de los cocientes <math>F_u/F_{EC3}</math> y <math>F_u/F_{prop}</math></i>	<i>97</i>

# Índice de tablas

<i>Tabla 4.1</i>	<i>Valores de las variables principales</i>	<i>62</i>
<i>Tabla 4.2</i>	<i>Valores de las variables fijas</i>	<i>63</i>
<i>Tabla 4.3</i>	<i>Valores de las variables dependientes</i>	<i>63</i>
<i>Tabla 4.4</i>	<i>Variables referentes al material</i>	<i>64</i>
<i>Tabla 4.5</i>	<i>Geometría y resultados de los ensayos</i>	<i>70</i>
<i>Tabla 5.1</i>	<i>Modificaciones propuestas en la formulación EN 1993-1-5</i>	<i>100</i>



# ***1*** *Introducción*

## ***1.1 Antecedentes***

Las vigas metálicas armadas que se utilizan en puentes empujados, presentan cantos grandes de cara a satisfacer las solicitaciones a flexión. Debido a ello, la altura del alma suele ser grande y el área a cortante resulta suficiente incluso con espesores de alma muy pequeños. Sin embargo, aunque la resistencia plástica del panel del alma sea suficiente, su esbeltez hace que puedan producirse problemas de inestabilidad que reducen la resistencia final del panel frente a cargas concentradas.

En esta situación, la medida más efectiva sin duda consiste en aumentar el espesor del alma. El problema de esta modificación es que produce un incremento notable del peso de la viga y por tanto de su coste. Por otra parte, estamos resolviendo un problema de inestabilidad a base de aumentar masivamente la sección, lo que conlleva que el material acabe trabajando muy por debajo de sus límites.

Se plantea entonces como alternativa para reducir la esbeltez del panel del alma el uso de rigidización, tanto vertical como horizontal. La estrategia es muy diferente a la anterior, en la que, dadas las magnitudes de un panel, aumentamos su espesor para que resista frente a pandeo las cargas impuestas. Ahora lo que hacemos es reducir las dimensiones de ese panel (al menos en cuanto a funcionalidad estructural) hasta que sea capaz de resistir dichas solicitaciones.

El equilibrio entre ambas medidas no es una decisión sencilla, ya que la solución adoptada debe satisfacer varios modos de fallo distintos, con requerimientos distintos. La solución óptima dependerá de la geometría de cada caso, y para determinarla debemos contar con una formulación precisa para cada modo de fallo.

En la situación actual, existen fundamentos para creer que los efectos favorables de la rigidización no se encuentran bien recogidos en el Eurocódigo, hecho que impide la determinación de la solución óptima de la que hablábamos.

En el momento presente, la verificación a pandeo del alma de una viga de puente durante el lanzamiento se trata, solamente para el caso sin rigidizar, dentro de la norma ENV1993-1-1 con la fórmula de Roberts [3] . En la nueva norma europea EN1993-1-5, una nueva aproximación denominada  $\chi - \bar{\lambda}$  la ha reemplazado. Realizada por analogía con el pandeo en pilares, esta formulación ha sido calibrada mediante una base de datos experimentales. Para el caso de almas rigidizadas longitudinalmente se propone una adaptación del método en nota informativa.

## **1.2    *Objetivos***

Uno de los objetivos fundamentales de este trabajo es la identificación de posibles desviaciones en la evaluación, según el Eurocódigo, de la carga última frente a patch loading.

No es casualidad que se dé prioridad a este objetivo, ya que existen fundamentos para creer que la actual formulación da lugar a resultados no satisfactorios en los siguientes aspectos:

- Rigidización vertical: no se recoge correctamente el efecto favorable que supone la mayor proximidad entre rigidizadores transversales.
- Rigidización horizontal: la formulación para considerar la rigidización horizontal aparece dentro del eurocódigo de una forma marginal y poco desarrollada. Esta formulación, ya de por sí conservadora, lo es todavía más en combinación con la rigidización vertical.

Para la determinación de estas posibles desviaciones se realizarán una serie de ensayos numéricos mediante un modelo de elementos finitos definido en el software Abaqus.

A continuación se realizará un análisis crítico de los resultados obtenidos, y se compararán estos con los resultados arrojados por el Eurocódigo 3. Con ello se pretende cuantificar la correspondencia entre ambos resultados e identificar el origen de las posibles desviaciones.

Es también objetivo de este trabajo proponer cambios en la formulación existente de cara a hacerla concordante con los resultados numéricos. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que el modelo numérico empleado en este estudio, el de una viga completa, ha sido poco utilizado en anteriores trabajos, y no está por tanto demasiado contrastado. Por ello, cualquier propuesta realizada en base a este modelo debería ser finalmente contrastada mediante una campaña de ensayos de laboratorio que avale los resultados.

### ***1.3 Contenido del documento***

Este documento está compuesto por seis capítulos. El primero de ellos expone la problemática actual en el cálculo frente a patch loading y los objetivos particulares de este trabajo, así como otras cuestiones formales.

En el capítulo 2 se exponen algunas consideraciones cualitativas sobre la rigidización, los modos y mecanismos de fallo debido a patch loading, y un breve resumen de las formulaciones que han sido utilizadas en este campo, incluyendo la formulación del eurocódigo que se encuentra vigente.

En el capítulo 3 se expone detalladamente cada uno de los aspectos del modelo numérico creado en Abaqus. Para los aspectos más complejos de la modelización, se ha considerado oportuno explicitar algunas de las características del programa que afectan a la modelización, como las referentes a los tipos de elementos finitos o los pasos seguidos para llevar a cabo un análisis no lineal.

En el capítulo 4 se enumeran los casos estudiados, detallando el valor numérico de todas las variables geométricas y del material. Se presentan en primer lugar los resultados en bruto de estos ensayos numéricos, posteriormente se realiza un análisis crítico y la selección de aquellos casos cuyos resultados son considerados correctos. Los resultados filtrados se evalúan en detalle, y a partir de ellos se realizan algunas propuestas de modificación de la formulación del eurocódigo.

El capítulo 5 recoge en su primer apartado las principales conclusiones obtenidas a partir de la realización de este trabajo. En él se evalúan los pros y contras de las principales innovaciones y de las decisiones de más calado, y se destacan los aspectos más problemáticos del estudio. Finalmente se presenta un breve resumen cualitativo del resultado y de las modificaciones propuestas en la formulación. En el segundo apartado se recogen aquellos aspectos que, quedando fuera del ámbito de este estudio, se han considerado de interés para futuros trabajos.

En el capítulo 6 se presenta la bibliografía relacionada con este estudio. Algunas de las obras que se enumeran no han sido directamente consultadas por el autor, pero se adjuntan debido a que son citadas en otras obras que aluden a aquellas en aspectos fundamentales.



## 1.4 *Variables utilizadas*

Las variables utilizadas en este documento son:

$h$	es el canto total de la viga, entre caras exteriores de las alas
$d$	es la altura de la viga, entre planos medios de las alas
$h_w$	es la altura del alma, entre caras interiores de las alas
$b_f$	es el ancho de las alas
$t_w$	es el espesor del alma
$t_f$	es el espesor de las alas
$f_{yw}$	es el límite elástico del acero del alma
$f_{yf}$	es el límite elástico del acero de las alas
$a$	es la distancia entre planos medios de los rigidizadores transversales
$h_{w1}$	es la distancia libre entre el ala cargada y el rigidizador longitudinal
$\gamma_s$	es un parámetro adimensional, relacionado con las rigideces del alma y del rigidizador longitudinal
$I_{sl1}$	es la inercia del rigidizador longitudinal más cercano al ala cargada, considerando una contribución adecuada del alma
$s_s$	es la longitud de aplicación de la carga concentrada
$F_{Ed}$	es el valor de cálculo de la fuerza transversal aplicada
$F_{Rd}$	es el valor de la resistencia del alma frente a cargas transversales concentradas
$\chi_F$	es el coeficiente de reducción de abolladura local
$l_y$	es la longitud efectiva de carga
$\gamma_{M1}$	es el coeficiente parcial de seguridad del acero frente a la inestabilidad
$\bar{\lambda}_F$	es la esbeltez adimensional para dimensionamiento y comprobación frente a cargas concentradas transversales
$k_F$	es el coeficiente de abolladura frente a cargas concentradas transversales
$m_1$ y $m_2$	son parámetros adimensionales
$\varepsilon$	es un parámetro relacionado con $f_{yw}$

$t_{st}$	es el espesor del rigidizador transversal
$b_{st}$	es el ancho del rigidizador transversal
$t_{sl}$	es el espesor del rigidizador longitudinal
$b_{sl}$	es el ancho del rigidizador longitudinal (entre extremos a lado y lado del alma)
$L$	es la luz de la viga entre ejes de apoyos
$v$	es el vuelo de la viga desde el apoyo hasta el extremo
$L_T$	es la longitud total de la viga (entre extremos)
$n_t$	es el número de rigidizadores transversales
$n_l$	es el número de rigidizadores longitudinales
$E$	es el módulo elástico del acero
$\nu$	es el coeficiente de Poisson del acero
$\gamma$	es el peso específico del acero
$G$	es el módulo de elasticidad transversal del acero

# 2 *Estado del conocimiento*

## *2.1 Influencia del rigidizador longitudinal*

La introducción de cargas concentradas en vigas de acero puede dar lugar a la formación de fenómenos locales tales como la abolladura o el aplastamiento del panel del alma en la zona inmediata a la carga aplicada. Estos fenómenos son debidos, en gran parte, a la esbeltez del alma y por este motivo se plantea la disposición de rigidizadores longitudinales.

A partir de los diversos estudios realizados en referencia a la rigidización longitudinal como parámetro de control de la abolladura, se puede afirmar que dicha rigidización tiene un efecto positivo en el incremento de la resistencia última de almas esbeltas sometidas a cargas concentradas. Este aumento de resistencia se debe al hecho de que la disposición de rigidizadores longitudinales supone una reducción de esbeltez puesto que se divide el alma en dos o más subpaneles.

Efectivamente, los trabajos desarrollados en esta línea [11] muestran que la resistencia de vigas rigidizadas frente a cargas concentradas aumenta al disminuir la esbeltez del panel cargado.

Algunos parámetros característicos de los rigidizadores longitudinales que influyen en el incremento de resistencia a patch loading son la posición relativa del rigidizador en la altura del panel del alma ( $h_{w1}/h_w$ ) así como la rigidez a flexión y a torsión del rigidizador. En este sentido, Karnikova, Skaloud y Janus [12] en 1986 y Kutmanova y Skaloud [13] en 1992 constataron que el rigidizador longitudinal solamente influye en la resistencia última cuando se dispone cerca del ala cargada. Más concretamente, establecieron como límite una distancia  $h_{w1} = \frac{1}{4} h_w$ . También es un parámetro relevante en la resistencia última el ratio de aspecto del subpanel directamente cargado ( $a/h_{w1}$ ), es decir, la zona del alma situada entre la carga aplicada en el ala y el rigidizador.

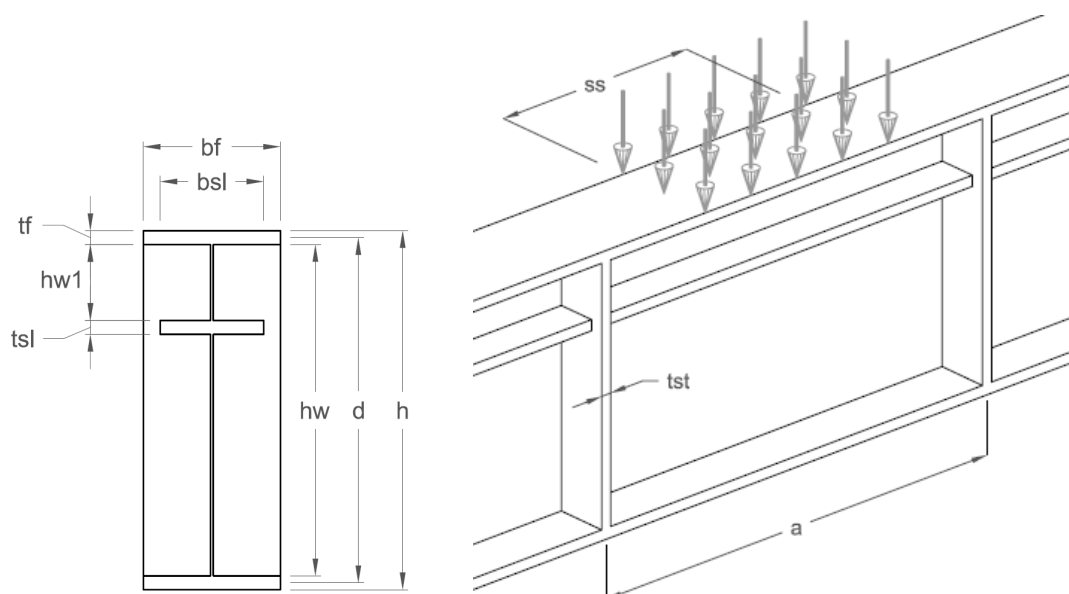


Figura 2-1 Geometría en paneles rigidizados

Los resultados obtenidos en ensayos, realizados en vigas con rigidizadores longitudinales y sometidas a cargas concentradas, muestran que el mecanismo de rotura de estas estructuras es similar al de las vigas sin rigidizadores. Así, al igual que ocurría en vigas sin rigidizadores

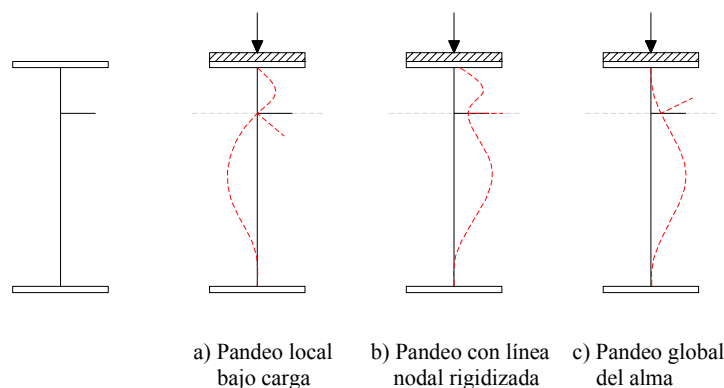
longitudinales, el mecanismo de rotura bajo carga última se caracteriza por la aparición de cuatro rótulas plásticas (o tres cuando la placa de carga utilizada es estrecha) en el ala cargada y abolladura del panel del alma directamente cargado (panel entre el ala y el rigidizador longitudinal). En este caso, el rigidizador restringe el tamaño de la abolladura que dependerá de la posición y dimensiones del propio rigidizador.

Consecuentemente, es posible obtener la resistencia de vigas con rigidizadores longitudinales sometidas a patch loading utilizando una modificación semiempírica de las soluciones usadas para vigas sin rigidización longitudinal.

Haciendo una revisión de la bibliografía referente a la rigidización longitudinal de vigas sometidas al efecto de cargas concentradas, se determina que las tipologías de colapso observadas en investigaciones experimentales son:

- Pandeo local del panel directamente cargado. El rigidizador constituye una línea nodal para el pandeo global y controla de forma eficiente las deformaciones fuera del plano del alma.
- Pandeo global parcialmente restringido, en el cual el rigidizador no es suficientemente rígido para eliminar las deformaciones fuera del plano del alma pero sí para formar una cierta línea nodal entre subpaneles.
- Pandeo global del panel. El alma pandea junto con el rigidizador.

Estos tres tipos de colapso pueden representarse gráficamente como se muestra a continuación:



*Figura 2-2 Modos de colapso en vigas rigidizadas longitudinalmente*

Basándonos en los tres modos de colapso anteriormente descritos, podemos decir que son necesarias dos verificaciones para determinar la resistencia última de vigas rigidizadas sometidas a cargas concentradas.

En primer lugar, una comprobación de la resistencia del subpanel directamente cargado asumiendo que el rigidizador es totalmente rígido a flexión.

En segundo lugar se comprueba la resistencia a patch loading del conjunto alma - rigidizador longitudinal considerando la flexibilidad real de este último. Esta comprobación analiza el fallo por pandeo global del alma.

Estas dos verificaciones pueden fusionarse en una si conseguimos reflejar los efectos del rigidizador longitudinal dentro del parámetro de esbeltez ( $\bar{\lambda}$ ), siguiendo la misma filosofía que en el eurocódigo, donde se reduce el estudio de la inestabilidad estructural de paneles longitudinalmente rigidizados al pandeo de los subpaneles y al pandeo de todo el panel, tal y como se muestra en [14]. La integración de la rigidez en el parámetro  $\bar{\lambda}$  se lleva a cabo mediante el coeficiente de pandeo  $k_F$ .

## 2.2 *Antecedentes en el cálculo de patch loading*

Los modelos más simples para la estimación de la resistencia última bajo la acción de cargas concentradas consideran dicha resistencia directamente proporcional al cuadrado del espesor del alma.

Este es el caso del modelo propuesto en 1960 por Granholm en el cual la resistencia viene dada por la ecuación que sigue, donde  $F_R$  se expresa en toneladas y el espesor  $t_w$  en mm.

$$F_R = 0,85 t_w^2$$

También Bergfelt [1] propone un modelo similar, proporcional al cuadrado del espesor del alma. En esta expresión,  $F_R$  se expresa en kN, E en GPa y el espesor en mm:

$$F_R = 0,045 E t_w^2$$

Es importante notar que estas formulaciones no tienen en cuenta factores que afectan a la resistencia a patch loading, como son la altura del panel, la distancia entre rigidizadores transversales, la presencia de rigidizador longitudinal o la longitud de la carga aplicada.

Las recomendaciones del código suizo están basadas en posteriores investigaciones realizadas por Bergfelt [2]. En ellas, la resistencia a patch loading se calcula como el mínimo entre las resistencias plástica y a pandeo del alma. La resistencia plástica se calcula como:

$$F_y = \left( s_s + 5(t_f + r) \right) \cdot t_w \cdot f_{yw}$$

Expresión que asume que la longitud resistente de alma es igual a la longitud de la carga ( $s_s$ ), más una distribución longitudinal a través del ala ( $t_f$ ) y del cordón de soldadura ( $r$ ), con pendiente 1:2,5.

Por otra parte, la resistencia al pandeo del panel se calcula según:

$$F_c = 0,7 t_w^2 \sqrt{E \cdot t_w} \cdot \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3$$

Los factores de corrección  $\alpha$  tienen en cuenta la proporción entre la inercia del ala y el espesor del alma, así como la interacción con el momento flector.

Previamente a la aparición de la norma europea EN1993-1-5, el cálculo de pandeo en paneles bajo cargas concentradas se basaba en la fórmula derivada del mecanismo de Roberts [1] , válido solamente para paneles sin rigidizar:

$$F_{Rk} = 0,5 t_w^2 \sqrt{E f_{yw}} \left( \sqrt{\frac{t_f}{t_w}} + 3 \frac{t_w}{t_f} \frac{s}{h_w} \right)$$

Con la aparición de la norma EN1993-1-5, una nueva aproximación (denominada usualmente  $\chi - \bar{\lambda}$ ) ha reemplazado la fórmula de Roberts. Propuesta inicialmente por Lagerqvist [4] en 1994, fue posteriormente modificada por Lagerqvist y Johansson [5] y [6] en 1996, y finalmente incorporada a la norma europea con algunos cambios. La formulación de Lagerqvist se expone a continuación, mientras que el modelo adoptado por el Eurocódigo se detalla en el apartado 2.3.

El modelo propuesto por Lagerqvist determina la resistencia última a las cargas concentradas ( $F_R$ ), reduciendo su resistencia plástica ( $F_y$ ), mediante la introducción de una función de resistencia  $\chi(\bar{\lambda})$  que es función de la esbeltez del panel cargado.

$$F_R = F_y \cdot \chi(\bar{\lambda})$$

El valor máximo de la resistencia frente a patch loading es la resistencia plástica, que solamente puede ser alcanzada cuando el panel es suficientemente robusto como para que no se produzcan



fenómenos de aplastamiento o abolladura local bajo la carga. En estos casos la esbeltez del alma será pequeña y la función de resistencia  $\chi(\bar{\lambda})$  tenderá a la unidad. La resistencia máxima viene dada por:

$$F_y = f_{yw} \cdot t_w \cdot l_y$$

Que no es más que la fuerza total que resiste una longitud  $l_y$  del alma una vez que ha plastificado toda su sección resistente. Para la determinación de  $l_y$  se utiliza como mecanismo de fallo el formado por cuatro rótulas plásticas en el ala cargada, además del principio de los trabajos virtuales.

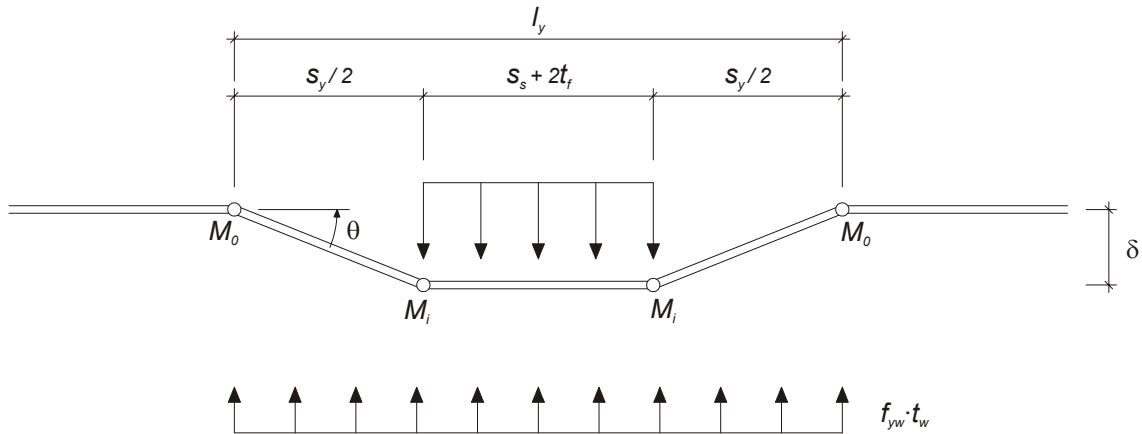


Figura 2-3 Mecanismo de fallo formado por 4 rótulas plásticas

El ángulo girado en cada una de las 4 rótulas es:

$$\theta = \frac{2\delta}{s_y}$$

El trabajo interno desarrollado en cada rótula será el producto del momento plástico por el ángulo girado. El total en las cuatro rótulas es:

$$W_i = 2(M_i \cdot \theta + M_0 \cdot \theta) = 2\theta(M_i + M_0) = \frac{4\delta}{s_y}(M_i + M_0)$$

El trabajo externo será el producto cargas por desplazamientos:

$$W_e = F_y \cdot \delta - f_{yw} \cdot t_w \cdot \left( s_s + 2t_f + \frac{s_y}{2} \right) \cdot \delta$$

Igualando trabajo interno y externo obtenemos  $F_y(s_y)$ :

$$F_y = \frac{4}{s_y}(M_i + M_0) + f_{yw} \cdot t_w \cdot \left( s_s + 2t_f + \frac{s_y}{2} \right)$$

El par de valores  $F_y$  -  $s_y$  que producirá la formación del mecanismo será aquel en el que  $F_y$  sea más bajo. Por tanto, buscamos el mínimo de  $F_y$  respecto de  $s_y$ :

$$\frac{\partial F_y}{\partial s_y} = 0 \quad \Rightarrow \quad s_y = \sqrt{\frac{8(M_i + M_0)}{f_{yw} \cdot t_w}}$$

Sustituyendo este valor de  $s_y$  hallamos  $F_y$ :

$$F_y = f_{yw} \cdot t_w \cdot \left( s_s + 2t_f + 2\sqrt{\frac{2(M_i + M_0)}{f_{yw} \cdot t_w}} \right)$$

Para determinar finalmente la función de  $F_y$  nos falta calcular los momentos plásticos que aparecen en las rótulas. En el modelo de Lagerqvist se considera que las dos rótulas internas están formadas únicamente por el ala, mientras que en las dos rótulas externas, además del ala, hay una cierta contribución del alma. Por ello, en estas últimas, se considerará una sección ficticia en T, tomando una profundidad efectiva del alma  $k \cdot h_w$ . Las expresiones resultantes (con algunas simplificaciones en el caso de  $M_0$ ) son las siguientes:

$$M_i = \frac{f_{yf} \cdot b_f \cdot t_f^2}{4}$$

$$M_0 = \frac{f_{yf} \cdot b_f \cdot t_f^2}{4} + \frac{f_{yw} \cdot t_w}{2} \cdot k^2 \cdot h_w^2$$

Sustituyendo estos valores de los momentos plásticos y tomando  $k^2 = 0,02$  (que resulta de la calibración del modelo con resultados experimentales) obtenemos el valor de la resistencia plástica  $F_y$  de acuerdo con el modelo de Lagerqvist:

$$F_y = f_{yw} \cdot t_w \cdot \left( s_s + 2 t_f + 2 t_f \sqrt{\frac{f_{yf} \cdot b_f}{f_{yw} \cdot t_w} + 0,02 \left( \frac{h_w}{t_f} \right)^2} \right)$$

Por otra parte, la función de resistencia  $\chi(\bar{\lambda})$  propuesta es:

$$\chi(\bar{\lambda}) = 0,06 + \frac{0,47}{\bar{\lambda}} \leq 1$$

Donde la esbeltez adimensional se calcula como:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{F_y}{F_{cr}}}$$

Donde  $F_{cr}$  es la carga elástica de pandeo del panel. Para su determinación Lagerqvist propone la siguiente expresión:

$$F_{cr} = k_f \frac{\pi^2 \cdot E}{12(1 - \nu^2)} \frac{t_w^3}{h_w}$$

Donde el coeficiente elástico de abolladura  $k_f$  viene dado por:

$$k_f = \left(1 + \frac{s_s}{2h_w}\right) \cdot \left(5,3 + 1,9 \left(\frac{h_w}{a}\right)^2 + 0,40 \sqrt[4]{\beta}\right)$$

Y donde el parámetro  $\beta$  es el cociente entre la rigidez a torsión del ala y la rigidez a flexión (como placa) del alma:

$$\beta = \frac{b_f \cdot t_f^3}{h_w \cdot t_w^3}$$

En la expresión anterior de  $k_f$ , si despreciamos la influencia de la longitud de la carga  $s_s$ , y tomamos  $\beta = 1$  como valor promedio, se llega a la expresión simplificada siguiente:

$$k_f = 6 + 2 \left(\frac{h_w}{a}\right)^2$$

## 2.3 Formulación del Eurocódigo 3

### 2.3.1 Almas sin rigidización longitudinal

Para almas de vigas laminadas o armadas que estén sometidas a cargas concentradas transversales aplicadas a través de un ala, el Eurocódigo 3 [7] exige que se satisfaga la condición:

$$F_{Ed} \leq F_{Rd}$$

donde:

$F_{Ed}$  es el valor de cálculo de la fuerza transversal aplicada

$F_{Rd}$  es el valor de la resistencia del alma frente a cargas transversales concentradas

El valor de  $F_{Rd}$  viene dado por la expresión:

$$F_{Rd} = \frac{f_{yw} \chi_F l_y t_w}{\gamma_{M1}}$$

donde:

- $f_{yw}$  es el límite elástico del acero del alma
- $\chi_F$  es el coeficiente de reducción de abolladura local
- $l_y$  es la longitud efectiva de carga
- $t_w$  es el espesor del alma
- $\gamma_{M1}$  es el coeficiente parcial de seguridad del acero frente a la inestabilidad

Los valores de  $t_w$  y  $f_{yw}$  son fijados por el proyectista, mientras que  $\gamma_{M1}$  presenta los valores:

$\gamma_{M1} = 1,0$  para edificios

$\gamma_{M1} = 1,1$  para puentes

El coeficiente de reducción  $\chi_F$  se determina mediante:

$$\chi_F = \frac{0,5}{\bar{\lambda}_F} \leq 1,0$$

donde:

- $\bar{\lambda}_F$  es la esbeltez adimensional para dimensionamiento y comprobación frente a cargas concentradas transversales, que se determina según:

$$\bar{\lambda}_F = \sqrt{\frac{l_y t_w f_{yw}}{F_{cr}}}$$

A su vez  $F_{cr}$  se calcula según:

$$F_{cr} = 0,9 k_F E \frac{t_w^3}{h_w}$$

donde:

$h_w$  es la altura del alma (distancia entre las caras interiores de las alas)

$k_F$  es el coeficiente de abolladura frente a cargas concentradas transversales

Para almas sin rigidización longitudinal, el eurocódigo adopta la expresión:

$$k_F = 6 + 2 \left( \frac{h_w}{a} \right)^2$$

donde:

$a$  es la distancia entre planos medios de los rigidizadores transversales

Por otra parte, la longitud  $l_y$  en la cual se considera que existe plastificación del alma se calcula según:

$$l_y = s_s + 2 t_f \left( 1 + \sqrt{m_1 + m_2} \right)$$

donde:

$s_s$  es la longitud de aplicación de la carga concentrada

$t_f$  es el espesor de las alas

$m_1$  y  $m_2$  son parámetros adimensionales

El parámetro  $s_s$  se define en función del elemento que introduce la carga, tal como se muestra en la figura siguiente:

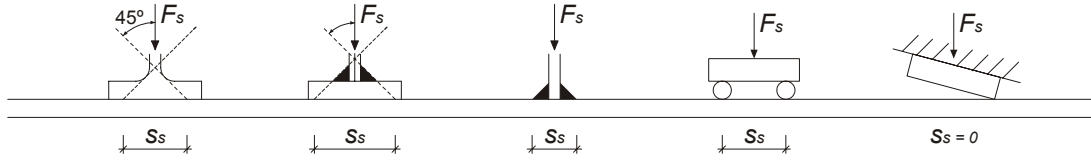


Figura 2-4 Longitud de ala sobre la cual se aplica la carga distribuida

El coeficiente  $m_1$  se calcula según:

$$m_1 = \frac{f_{yf} b_f}{f_{yw} t_w}$$

donde:

$f_{yf}$  es el límite elástico del acero de las alas

$b_f$  es el ancho de las alas

El coeficiente  $m_2$  adopta el valor:

$$m_2 = 0,02 \left( \frac{h_w}{t_f} \right)^2 \quad \text{si } \bar{\lambda}_F > 0,5$$

$$m_2 = 0 \quad \text{si } \bar{\lambda}_F \leq 0,5$$

Puesto que el valor de  $m_2$  depende del resultado, el cálculo no es explícito y puede requerirse alguna iteración, aunque para los valores habituales de proyecto la esbeltez adimensional suele ser mayor que 0,5 y el cálculo es directo.

### 2.3.2 Alas con rigidización longitudinal

En el 2001, Graciano [9] introduce un rigidizador longitudinal en la formulación existente para el Eurocódigo. Su propuesta fue incorporada a este con algunas simplificaciones. El método de cálculo a seguir es exactamente el mismo, excepto en el cálculo del coeficiente de abolladura  $k_F$ ,

al cual se le añade un término que depende de la posición del rigidizador dentro de la altura del alma y de su rigidez relativa  $\gamma_s$ . La expresión para obtener  $k_F$  es la siguiente:

$$k_F = 6 + 2 \left( \frac{h_w}{a} \right)^2 + \left( 5,44 \frac{h_{w1}}{a} - 0,21 \right) \sqrt{\gamma_s} \quad \text{para} \quad 0,05 \leq \frac{h_{w1}}{a} \leq 0,3$$

donde:

$h_{w1}$  es la distancia libre entre el ala cargada y el rigidizador longitudinal

$\gamma_s$  es la rigidez relativa, cuyo valor es el siguiente:

$$\gamma_s = 10,9 \frac{I_{sl1}}{h_w t_w^3} \leq 13 \left( \frac{a}{h_w} \right)^3 + 210 \left( 0,3 - \frac{h_{w1}}{h_w} \right)$$

donde:

$I_{sl1}$  es la inercia del rigidizador longitudinal más cercano al ala cargada, considerando la contribución del alma

Dicha contribución se muestra en la figura siguiente:

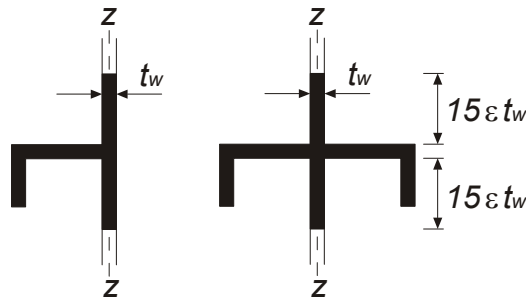


Figura 2-5 Sección a tener en cuenta para el cálculo de  $I_{sl1}$

donde  $\varepsilon$  es el parámetro de valor:  $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_{yw}}}$



## ***2.4 Otros antecedentes***

El problema de las cargas concentradas se hace evidente en estructuras de dimensiones considerables que requieren la utilización de vigas de gran canto. Este tipo de vigas pueden tener esbelteces considerables y, por consiguiente, son susceptibles de verse sometidas a efectos locales tales como la abolladura o el aplastamiento bajo cargas concentradas.

Así pues, si bien los efectos locales no son un factor determinante en la realización de estructuras metálicas ejecutadas con perfiles laminados de las series habituales, el estudio de la resistencia frente a cargas concentradas tendrá una importancia relevante en la construcción de puentes.

Durante el lanzamiento, cada una de las secciones transversales de una viga metálica en doble T armada se encontrará justo en el punto de actuación de los gatos hidráulicos que realizan el empuje. Esto se traduce en la introducción de importantes fuerzas concentradas (o repartidas en una área no muy grande) aplicadas en el plano del alma a través del ala inferior y que, en el peor de los casos se encontrará equidistante de los rigidizadores verticales a uno y otro lado.

Mientras se produce el avance de la estructura, a medida que el voladizo del extremo va siendo mayor y no se ha alcanzado todavía la pila siguiente, dicha sección se encontrará también sometida a un momento flector negativo. El dimensionamiento de la estructura en lanzamiento estará entonces gobernada por el pandeo de los paneles de alma a su paso por la zona donde se encuentran los aparatos de empuje.

En el caso de puentes, el mayor problema relacionado con la aplicación de cargas concentradas tiene lugar durante la fase de lanzamiento. En esta operación, el equipo de lanzamiento introduce fuerzas concentradas en el alma a través del ala inferior de la viga. Estas fuerzas pueden tener una magnitud tal que determine el espesor de alma necesario. El aumento de espesor del alma de una viga comporta un incremento importante del peso de acero y,

consecuentemente, encarece de forma significativa el coste total de la estructura. Por este motivo, se plantea la modificación geométrica del ala que recibe la carga (ala inferior en el caso de los puentes empujados) con el objetivo de mejorar la rigidez del alma frente a la acción de las cargas concentradas sin necesidad de aumentar el espesor del panel del alma.

Este tipo de modificaciones del ala cargada no son consideradas por las normativas existentes y suponen, por este motivo, un nuevo enfoque en el estudio del fenómeno del “patch loading”.

En 1987, Galea et al. [15] publican los resultados de ensayos de vigas armadas en doble T en las que se modelizaba el efecto del aparato de apoyo en lanzamiento de puentes. Del mismo modo, en 1993, se publica un estudio previo [16] también encaminado al estudio de las deformaciones que se producen en vigas esbeltas empleadas en la ejecución de puentes durante el proceso de lanzamiento.

Más adelante, en 1999 Per Granath y Lagerqvist [17] centran el estudio de las cargas concentradas en el problema del lanzamiento de puentes. En este artículo se exponen los resultados obtenidos mediante un modelo numérico y se comparan con resultados experimentales.

En este estudio, se hace notoria la influencia de las deformaciones fuera del plano del alma. Durante el lanzamiento de puentes la zona de aplicación de carga se desplaza a medida que avanza la ejecución del puente. Si el nivel de carga provoca la plastificación de la zona cargada, en futuros estadios de carga (avance del lanzamiento del puente) el nivel de tensiones en la estructura será mayor para un mismo valor de la carga aplicada.

Recientemente, Ripa y Pascual [18] proponen algunas mejoras de diseño para atenuar el efecto de las cargas concentradas durante el lanzamiento. Son medidas tales como la introducción de rigidizadores triangulares de acero o costillas de hormigón unidas al ala directamente cargada. Estas soluciones dan rigidez frente a la flexión del ala cargada permitiendo, de este modo,

reducir los desplazamientos verticales en el plano del alma y, además, aumentan la rigidez de membrana del panel del alma mejorando consecuentemente la respuesta frente a cargas concentradas.

En [18] se valora, mediante la modelización por el MEF, el incremento de resistencia obtenido con las modificaciones propuestas a la vez que se establecen nuevos estudios paramétricos para la determinación de la resistencia a patch loading.



# 3 *Modelo numérico*

## *3.1 Código de elementos finitos*

El modelo numérico construido para este trabajo, así como todas las simulaciones de su comportamiento frente a cargas concentradas han sido realizados mediante el código de análisis estructural Abaqus [10] , que está basado en el método de los elementos finitos.

Abaqus es un conjunto de herramientas muy extenso, capacitado para simular todo tipo de problemas, incluidos aquellos que presentan no linealidad geométrica, material o de las condiciones de vinculación.

## 3.2 Geometría del problema

### 3.2.1 Esquema de la viga utilizada

La viga analizada es una viga armada de acero S355 de 36 m de luz, una longitud total de 37,6 m, y una altura del alma de 2 m. El ancho de las alas es de 0,6 m y su espesor 20 mm. Los espesores de alma estudiados son 8, 15 y 25 mm.

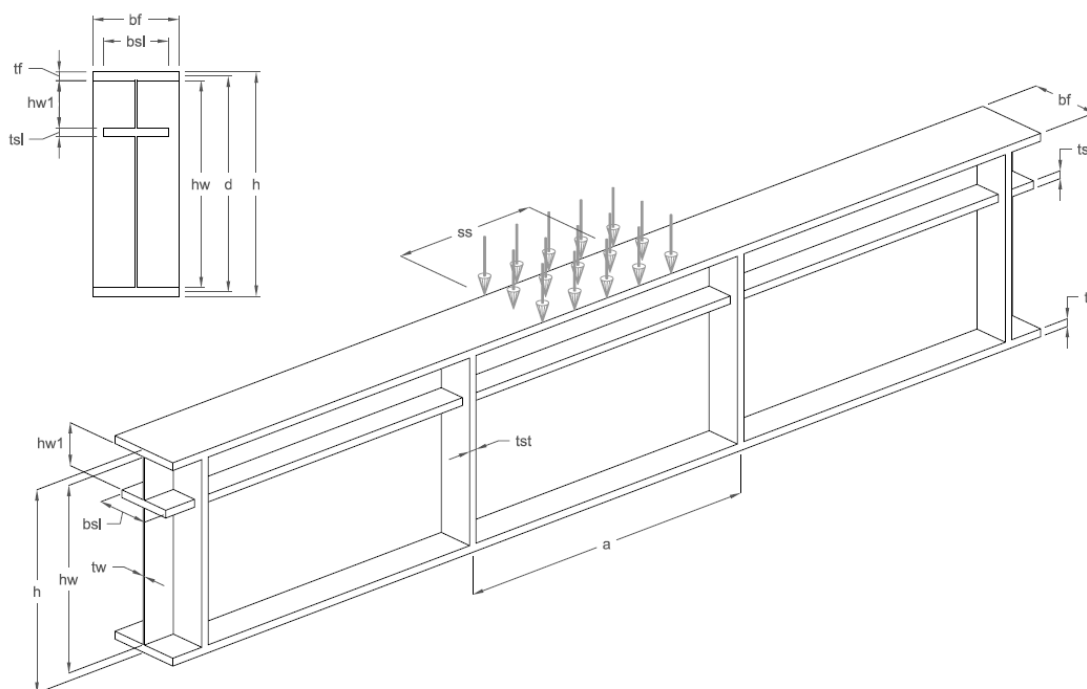


Figura 3-1 Geometría de la viga a modelizar

En los casos del estudio aparecen todas las combinaciones posibles entre el número de rigidizadores transversales y la presencia o no de rigidizador longitudinal. En el caso más sencillo, solamente 2 rigidizadores transversales, estos se sitúan en las secciones de apoyo. A medida que el número de estos aumenta, se reparten equidistantiados entre esas dos secciones.

El rigidizador longitudinal utilizado es simétrico respecto al plano del alma, y está compuesto por dos piezas delgadas de sección rectangular. El denominado ancho del rigidizador longitudinal ( $b_{sl}$ ) hace referencia al ancho total entre los extremos de una y otra pieza a ambos lados del alma, de forma que para  $b_{sl} = 600$  mm dichas piezas quedan enrasadas con los flancos de las alas, cuyo ancho es también de 600 mm.

El estudio paramétrico recorre un cierto rango de valores de 6 de estas variables, mientras que el resto permanecen constantes. Los valores de todas ellas se detallan en el apartado (4.2).

### 3.3 Tipo de elemento utilizado

#### 3.3.1 Familias de elementos

Abaqus dispone de una gran variedad de elementos finitos. Estos pueden separarse en una primera clasificación por familias, de las que nos interesan solamente los elementos para modelización de sólidos y los que modelizan láminas.

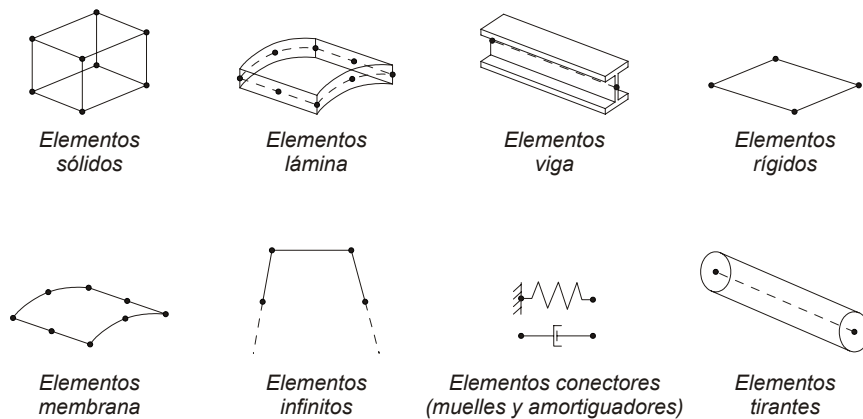


Figura 3-2 Familias de elementos en Abaqus

Se quiere hacer aquí una distinción entre la familia de elementos que Abaqus denomina “shell elements” (elementos lámina) que se valoran más adelante y que serán utilizados en el modelo, y los “membrane elements” (elementos membrana), que solamente transmiten fuerzas en su plano y no momentos, ya que se les asigna rigidez nula a flexión. Estos últimos no tienen interés para nuestro estudio.

### 3.3.2 Elementos sólidos y elementos lámina

La elección entre las dos familias mencionadas, sólidos y láminas, depende de la complejidad del modelo y su geometría. En nuestro caso vamos a modelizar una viga armada en doble T, formada por elementos de poco espesor. Es un caso que ofrece pocas dudas acerca de la idoneidad del uso de elementos lámina.

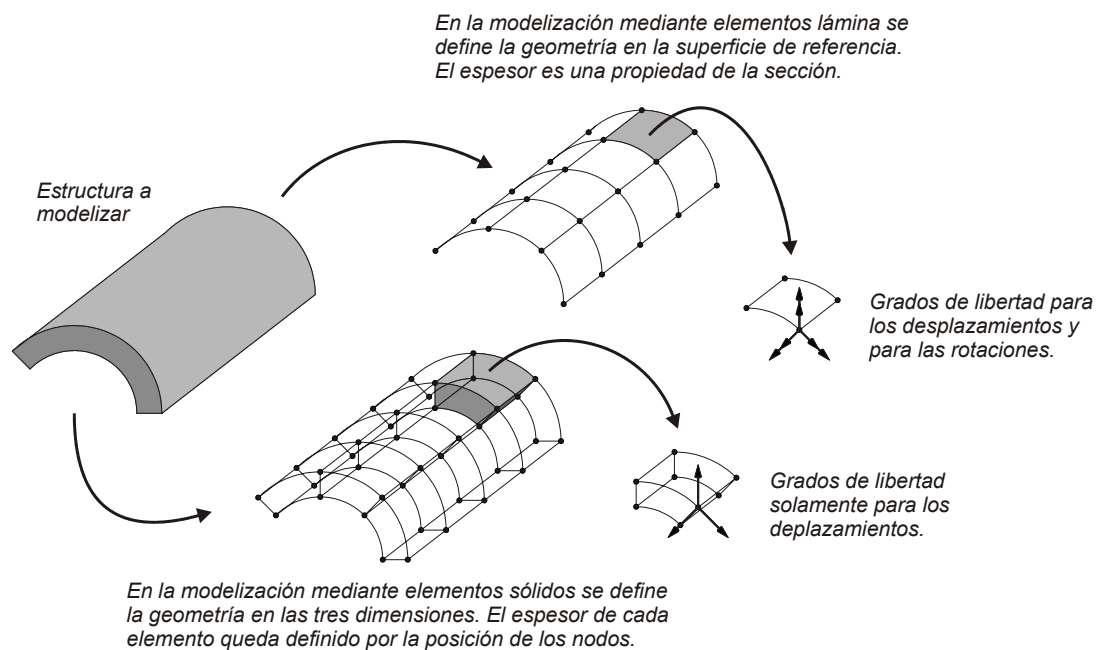


Figura 3-3 Modelización con elementos sólidos y con elementos lámina

Los elementos lámina son adecuados para modelizar estructuras en las que una de sus dimensiones, el espesor, es significativamente menor que las otras dos. Esta característica es



aprovechada para definir la geometría del modelo en una superficie de referencia generalmente situada en el plano medio. El espesor se define entonces como una propiedad de la sección.

También sería posible el uso de elementos con geometría tridimensional (sólidos), pero esto supondría un aumento importante del tiempo de computación y de la complejidad del código, además de no garantizar mejores resultados.

### ***3.3.3 Láminas gruesas y láminas delgadas***

Dentro de la tipología de elementos lámina, Abaqus diferencia tres clases de elementos, aquellos que son adecuados para modelizar el comportamiento de láminas gruesas (*thick shell elements*), los que funcionan bien para láminas delgadas (*thin shell elements*) y los que pueden utilizarse indistintamente en ambos tipos de aplicaciones.

Este último grupo de elementos garantizan un buen resultado en todos los casos y pueden representar la primera opción al evaluar un problema. Sin embargo, para aplicaciones específicas, optar por una u otra tipología puede producir resultados más precisos.

La disquisición de la tipología del problema, en referencia a si una lámina es gruesa o delgada, se ha resuelto en base a la definición que se da en la documentación de Abaqus. En ella se considera que una lámina es gruesa cuando su espesor es mayor que  $1/15$  de la longitud característica de la lámina, y se pone como ejemplo de dicha longitud la distancia entre soportes.

Siguiendo esa definición, en el caso del alma, para una luz de 36 metros con espesores de 20 milímetros, la proporción sería de  $1/1800$ . Tomando la dimensión del alma en altura, el coeficiente sería de  $1/100$ , y si tomamos el ancho de las alas (600 mm) el valor resultante es  $1/30$ . Hay que tener en cuenta, además, que el fenómeno de interés de este estudio es la abolladura del alma debido a cargas concentradas, y es en este elemento donde centraremos la atención.

Podemos concluir por tanto que la viga a estudiar está constituida por láminas delgadas y debe ser modelizada con los elementos que Abaqus denomina *thin shell elements*.

El origen de esta distinción entre elementos para láminas delgadas o gruesas procede de la consideración o no de la flexibilidad a cortante transversal. En una lámina gruesa, la deformación que genera el cortante transversal puede ser significativa y debe ser considerada en el cálculo. De no ser así los resultados pueden resultar muy imprecisos. Sin embargo, para láminas de poco espesor esta deformación es muy pequeña, y resulta razonable asumir la hipótesis de que es nula.

### 3.3.4 Hipótesis de Love-Kirchhoff

Los elementos para láminas gruesas utilizan las hipótesis de Reissner-Mindlin para la teoría de placas y láminas, de aplicación en los casos en que la deformación a cortante transversal es importante. Para un cálculo más preciso de esta deformación se utiliza interpolación de segundo orden.

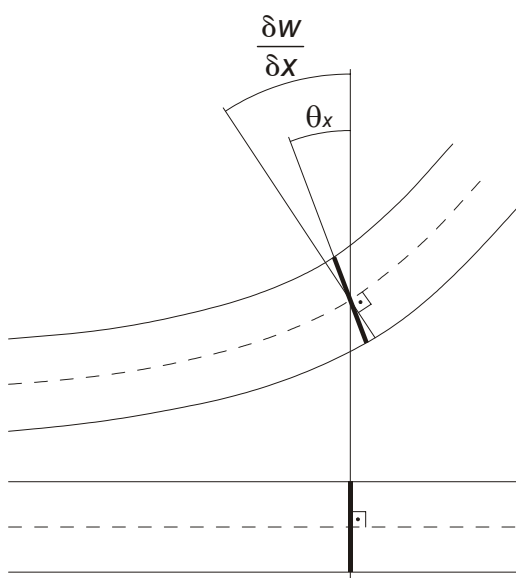


Figura 3-4 Hipótesis de Reissner-Mindlin

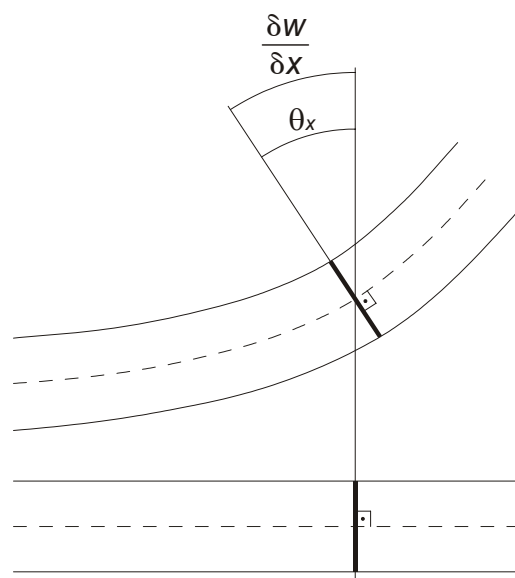


Figura 3-5 Hipótesis de Love-Kirchhoff

Los elementos para láminas delgadas incorporan, además de las hipótesis de Reissner-Mindlin, la hipótesis de Love-Kirchhoff, que es equivalente a suponer que no existe deformación a cortante transversal, es decir que los giros en la superficie de referencia se producen únicamente por las variaciones en los desplazamientos verticales. Una consecuencia de esto es que la normal se mantiene ortogonal a la superficie de referencia.

Abaqus distingue entre dos clases de elementos para láminas delgadas según satisfagan la hipótesis de Kirchhoff analítica o numéricamente. Los primeros aplican la teoría de Kirchhoff para láminas delgadas. Los segundos utilizan la teoría de Reissner-Mindlin que considera la deformación a cortante transversal, pero tienden a comportarse como lámina delgada a medida que se reduce el espesor, cumpliendo numéricamente la hipótesis de Kirchhoff. Para lograr esto se utiliza una “penalización” numérica, de forma que al aumentar la rigidez frente a cortante transversal se le da menor peso a la deformación originada por este.

### ***3.3.5 Elemento utilizado en el modelo***

Atendiendo a las consideraciones anteriores, se ha optado por utilizar el elemento denominado S9R5, un elemento de 9 nodos adecuado para modelizar el comportamiento de una lámina de poco espesor con curvatura en las dos direcciones, que utiliza integración reducida y que presenta 5 grados de libertad por nodo.

Tiene buen funcionamiento para problemas de flexión y de inestabilidad (abolladura), especialmente gracias al nodo central que le permite calcular con precisión la curvatura del elemento. El elemento análogo sin dicho nodo (S8R5) necesita definir internamente la posición de ese nodo central, de forma que puede no quedar situado sobre la superficie, generando resultados imprecisos.

Uno de los análisis que no se ha realizado en este trabajo y que sería de gran interés para futuros estudios paramétricos es la comparación entre resultados obtenidos en un mismo caso,

utilizando el elemento S9R5 y otro distinto. Por las valoraciones hechas, se ha considerado que el mejor candidato para este análisis sería el elemento S4. Este elemento de 4 nodos resulta más sencillo de programar, especialmente para densificar la malla en las zonas de interés. Es también un elemento para modelización de láminas, si bien es de uso general, pudiendo utilizarse indistintamente para láminas gruesas o delgadas.

### ***3.4 Condiciones de vinculación***

Este es uno de los aspectos que más dificultades ha generado en la modelización. Fundamentalmente se ha buscado modelizar el comportamiento de una viga biapoyada isostática que no tuviese problemas de inestabilidad por flexión. Se han dispuesto por tanto apoyos simples cerca de los extremos, uno de los cuales permite el movimiento horizontal en la dirección longitudinal de la viga. Cada uno de estos apoyos consiste en una línea transversal de nodos a los cuales se les aplica las coacciones comentadas.

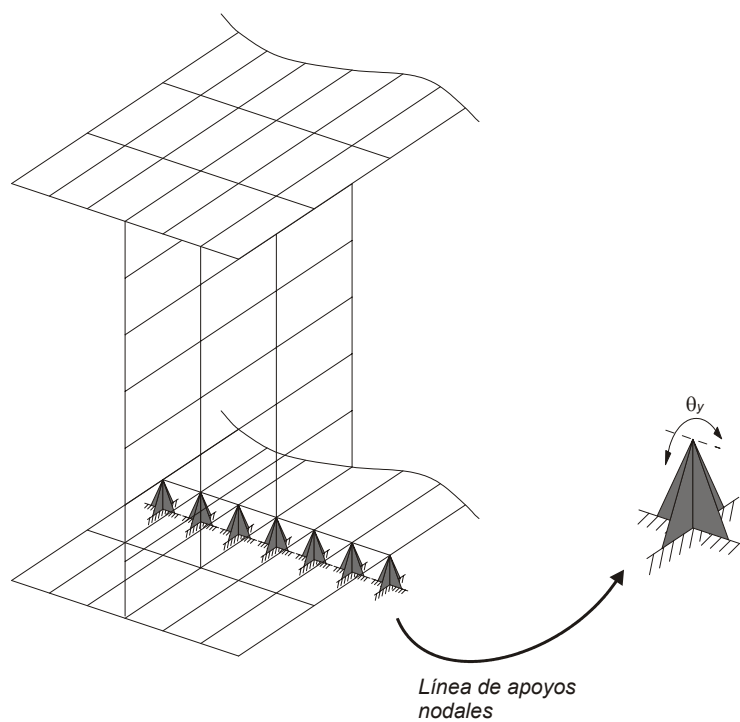


Figura 3-6 Modelización del apoyo fijo

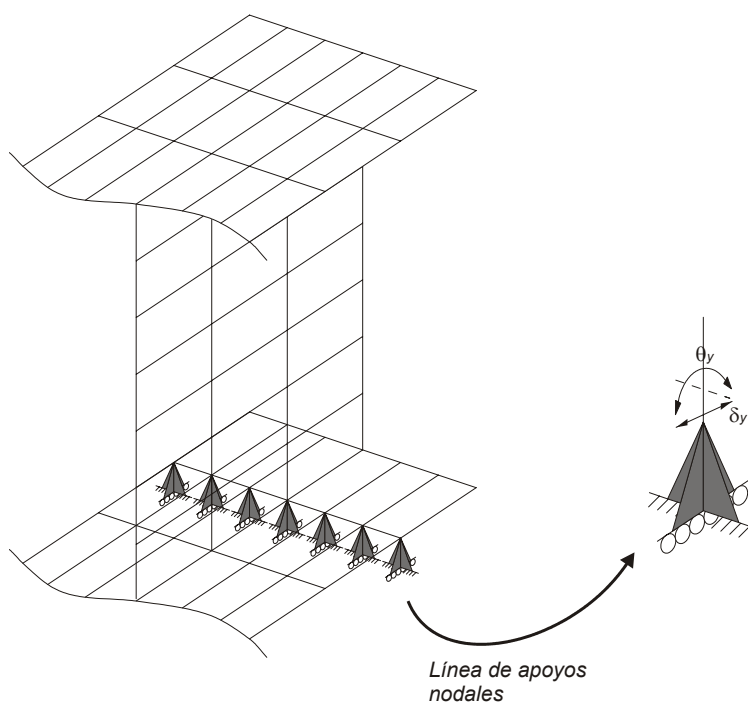


Figura 3-7 Modelización del apoyo con desplazamientos longitudinales permitidos

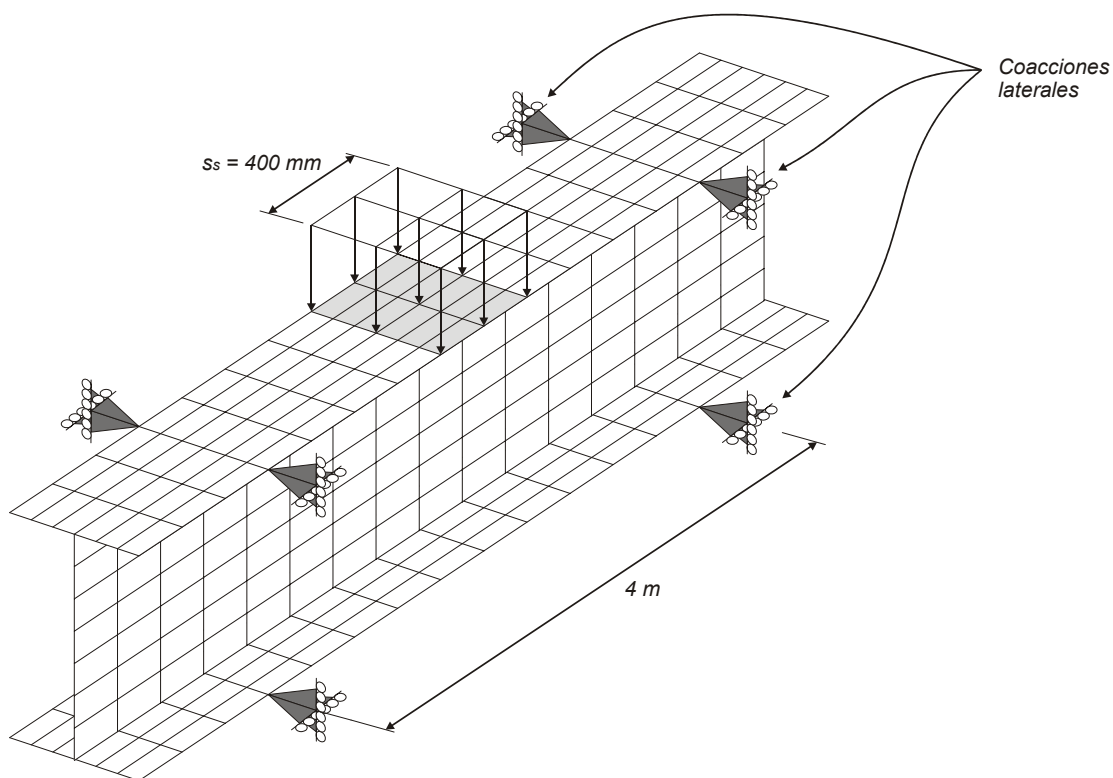
Cuando la carga requerida durante el ensayo de patch loading deja de ser pequeña, y teniendo en cuenta que la luz es de 36 m, es lógico que aparezcan inestabilidades, ya sea por flexión (pandeo lateral) o por rotación del ala cargada.

Ha sido necesario pues añadir condiciones de apoyo que estabilizasen lateralmente la viga.

En todo momento se ha intentado que dichas condiciones de vinculación fuesen las mínimas indispensables para llevar a cabo los análisis, a sabiendas de que suponen una alteración del problema a estudiar. Sin embargo, los problemas derivados de inestabilidades diferentes de la estudiada han hecho necesaria la imposición de ciertas condiciones de contorno que se detallan a continuación.

La solución que se ha adoptado finalmente ha sido coaccionar 4 puntos situados en el borde de cada una de las alas, dos a cada lado equidistantes del centro luz.

En primera instancia, se ha intentado situar las coacciones laterales lo más alejadas posible del centro de la viga y situadas solamente en el ala superior, pero los resultados insatisfactorios han obligado a acercar repetidamente estos apoyos a la parte central y ubicarlos también en el ala inferior.



*Figura 3-8 Coacciones laterales utilizadas*

En realidad, esta ‘estabilización lateral’ puede considerarse fundamentada ya que en la práctica, las estructuras metálicas utilizadas en puentes empujados suelen emplear dos vigas armadas arriostradas entre sí, de forma que no puedan producirse inestabilidades por pandeo lateral. Las coacciones laterales impuestas simularían entonces el arriostramiento entre ambas vigas.

Finalmente, el último grupo de coacciones se ha impuesto en la placa de carga. Este elemento, en realidad, no es más que el conjunto de elementos finitos del ala superior a través del cual se introduce la carga, como se expone en el apartado 3.5.

Las coacciones impuestas en la zona de carga consisten en impedir la rotación sobre los ejes longitudinal y transversal (horizontales), de forma que la placa de carga se mantenga siempre horizontal. Con ello se consigue evitar el fenómeno de rotación del ala, que ha aparecido en muchos casos antes de imponer esta restricción.

### 3.5 Introducción de la carga

#### 3.5.1 Magnitud y extensión de la carga

La carga se ha introducido directamente a través de los elementos finitos que forman parte del ala superior. Dicha carga, centrada longitudinalmente en la viga, está distribuida superficialmente en un área cuyo ancho es igual al de las alas, y cuya longitud  $s_s$  es uno de los parámetros estudiados, que toma los valores de 400 y 2000 mm.

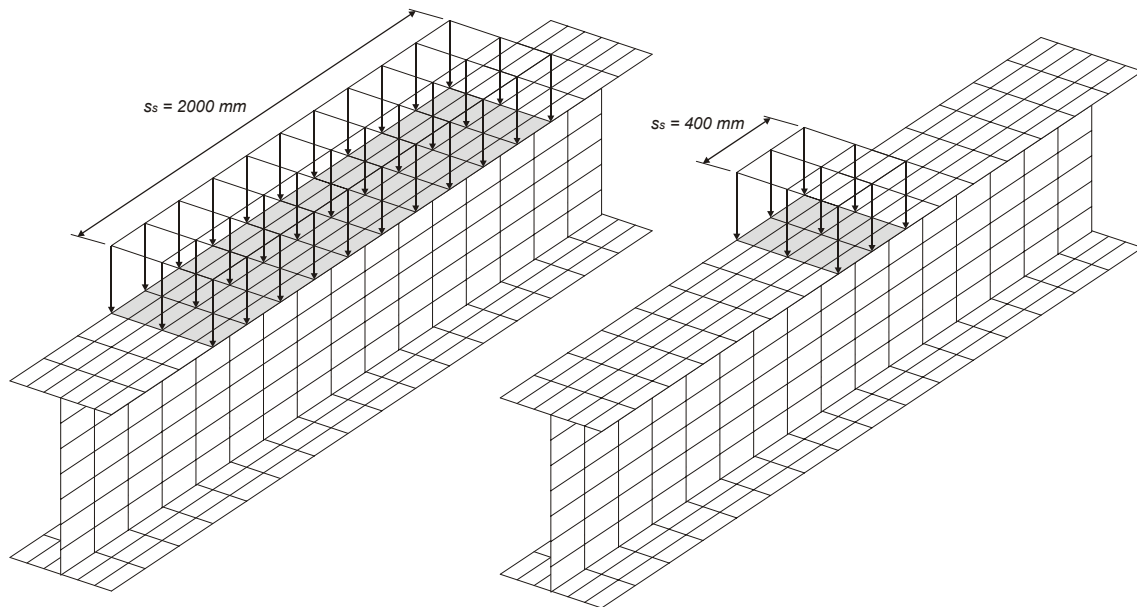


Figura 3-9 Esquema de introducción de la carga

En Abaqus se utiliza la instrucción *\*DLOAD* para introducir una acción distribuida en una superficie. La línea siguiente debe indicar el n° del elemento a cargar o el nombre de un conjunto de elementos, el tipo de carga y la magnitud, tomando como positivo el sentido de la normal del elemento.

```
*DLOAD  
APC, P, 25
```



Así, en función del valor de  $s_s$ , el conjunto de elementos finitos definidos bajo el nombre *APC* (área de la placa de carga) es diferente y se adapta de manera que la longitud de ese conjunto de elementos sea efectivamente igual a  $s_s$ . Después, simplemente aplicamos la instrucción *\*DLOAD* sobre el conjunto *APC*. En la figura 3-9 los elementos sombreados del ala superior son los pertenecientes a dicho conjunto.

El tipo de carga utilizado es *P*, lo que equivale a una presión uniforme aplicada sobre la superficie de referencia del elemento. Otros valores de este parámetro servirían para introducir cargas hidrostáticas, gravitatorias, centrífugas, flujos de calor, y otras acciones de poco interés para este estudio.

La magnitud de la carga incluida en la instrucción *\*DLOAD* no es demasiado relevante mientras se cumpla un requisito básico, y es que ésta sea suficientemente grande, ya que realmente introducimos el valor máximo de la carga, tal como se explica a continuación.

Abaqus realiza un proceso iterativo en el que la carga se incrementa paso a paso. El proceso incremental se controla mediante un parámetro denominado *step time*, que es simplemente un multiplicador que nos indica el tanto por uno de carga aplicada respecto el valor máximo indicado. El incremento en cada una de las iteraciones puede controlarse manualmente o permitir que el programa decida el valor óptimo. Esta última opción es la más recomendable ya que el programa cuenta con herramientas numéricas muy completas. En este caso, los incrementos serán lo más grandes posibles mientras no superen un valor máximo que se fija en el archivo de entrada, y mientras se cumplan los criterios de convergencia.

El análisis se considera completado cuando se alcanza el número máximo de incrementos o cuando se llega al valor de la carga especificado. Si antes de alcanzar una de estas condiciones se produce la imposibilidad de converger en uno de los pasos, o el valor del incremento requerido es inferior al mínimo especificado se interrumpirá el análisis.

Teniendo en cuenta todas estas consideraciones, puede verse que el valor último de la carga no es especialmente relevante, ya que disponemos de los resultados del análisis en cada uno de los incrementos, en los cuales la carga está comprendida entre cero y el valor máximo introducido. Solamente hay que asegurarse que la carga máxima es suficientemente grande como para que el análisis no se detenga por haber alcanzado ésta antes de que se produzca el fallo por patch loading.

Los elementos finitos del área de carga se encuentran en la zona central, donde la densidad de la malla es mayor. Miden 0,2 m de largo por 0,1 m de ancho de forma que cuando  $s_s$  vale 400 mm el área de carga está formada por 2 elementos en dirección longitudinal y 6 elementos en dirección transversal, es decir, 12 elementos en total. Cuando  $s_s$  vale 2000 mm, el área queda formada por 10 elementos a lo largo y 6 a lo ancho, y un total de 60 elementos.

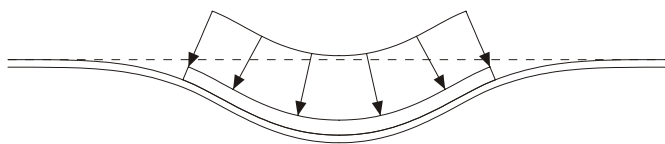
Dado que las áreas son diferentes según el caso, para un mismo valor de carga distribuida (valor del parámetro *step time*), la carga total que estaremos introduciendo será muy diferente.

### ***3.5.2 Modelización de la zona de carga***

La modelización de la placa de carga realizada no establece que la carga se aplique mediante una superficie plana, es decir que, sea cual sea la forma que tome el ala superior, la carga seguirá actuando sobre los elementos finitos especificados, y en la dirección normal a estos. Este hecho, que se podría resumir diciendo que la carga es adaptable a cualquier forma, no sucede en la realidad, en la cual la única adaptación posible viene dada por la propia elasticidad del elemento que introduce la carga.

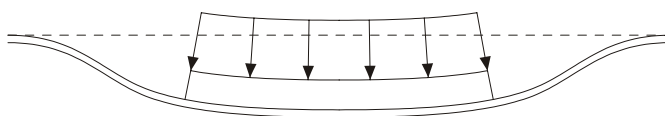
La modelización de un contacto más realista es difícil, máxime cuando el elemento que carga puede adquirir formas diversas, y teniendo en cuenta que queremos que la formulación resultante de los análisis tenga validez para todos los casos.

Si la carga es introducida a través de un elemento con muy poca rigidez, la huella estará muy localizada en el centro, y vendrá determinada principalmente por la rigidez de la viga. El elemento que introduce la carga tiende a adaptarse a la forma que toma la viga.



*Figura 3-10 Placa de carga poco rígida*

En el caso opuesto, si el elemento que carga es muy rígido, prácticamente no llegará a deformarse y la huella tenderá a ser tan grande como él, manteniendo una forma mucho más plana (es decir que la viga se adapta a la forma del elemento que carga).



*Figura 3-11 Placa de carga rígida*

El lanzamiento de puentes es posiblemente la principal aplicación práctica donde se requiere la consideración del fallo por patch loading. En este caso, el elemento de carga es la superficie de apoyo, que sin duda presentará una gran rigidez, y la carga es la propia reacción introducida por este.

Cabe pensar que lo más adecuado sería modelizar la placa de carga como un elemento de gran rigidez para simular la situación descrita. Sin embargo, la introducción de la carga con un elemento de estas características suele producir un *despegue* entre este y la viga en el centro de la zona cargada, de forma que la zona de contacto toma la forma de dos bandas situadas en los extremos del elemento de carga.

Puede verse por tanto, que la modelización del elemento de carga no es en absoluto un aspecto trivial, y debería ser tenido en cuenta con todo detalle en futuros estudios. Como se decía anteriormente, una modelización máximamente realista puede convertirse en algo muy complicado. Quizás sería preferible centrar los esfuerzos en encontrar un modelo simplificado que a la vez produzca buenos resultados, para lo cual sería de gran ayuda definir claramente qué tipo de situaciones de la práctica ingenieril queremos simular.

### ***3.6 Características de la malla***

La malla está formada por elementos cuya geometría original es rectangular. Se ha considerado que, dada la longitud del modelo, los elementos debían ser bastante grandes en esa dirección, de forma que pudiera formarse la malla con un número razonable de elementos. La magnitud adoptada es de 800 mm. Sin embargo, al avanzar en el estudio pudo verse que estos elementos no captaban correctamente los fenómenos que se producían en el centro de la viga, alrededor de la zona cargada.

En un tramo de 5,6 m de la región central de la viga se ha densificado la malla, doblando el número de elementos por unidad de longitud, de forma que los elementos pasan a medir 400 mm. Dentro de esa zona, y en una longitud de 2,4 m también centrada, se realiza otra densificación de la malla, con el objetivo de capturar con mayor precisión los fenómenos que se producen en el centro de la viga. En esta zona los elementos son cuadrados y miden 200 mm de longitud y de altura.

### ***3.7 Análisis de autovalores***

El análisis de autovalores es un paso imprescindible para ensayar los modelos del estudio. En caso de obviar este paso, el modelo definido sería geométricamente perfecto, sin ninguna

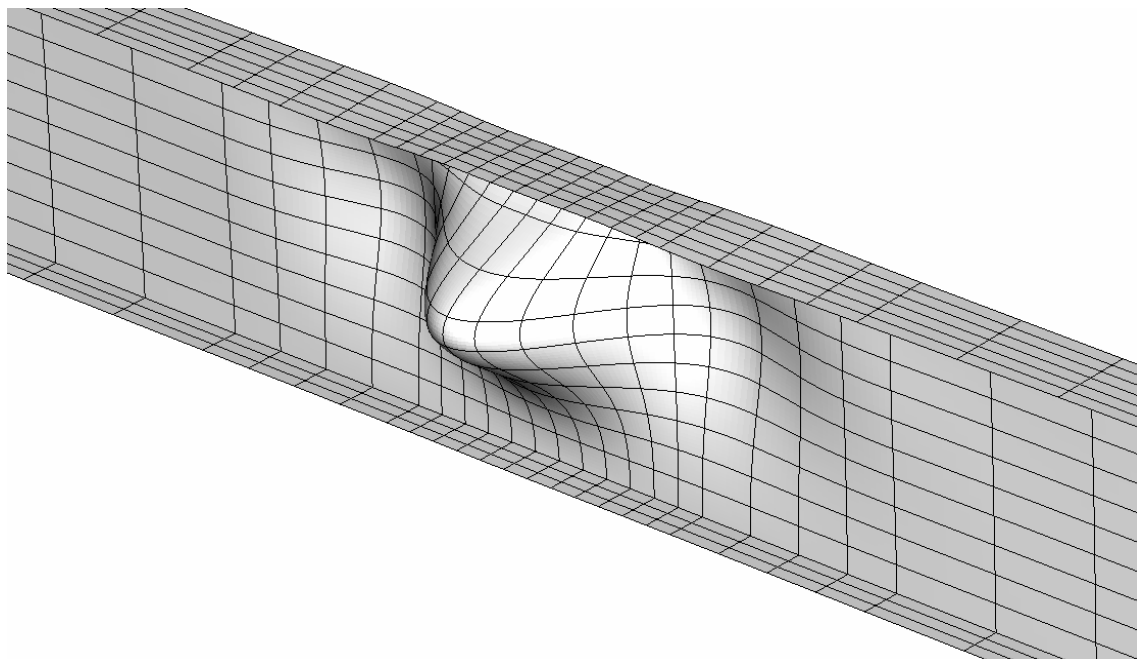
imperfección inicial, hecho que diferiría manifiestamente de la realidad. Dicha “perfección geométrica” hace que no se produzca el fallo por inestabilidad ya que, al no existir excentricidad, no se genera momento aplicado transversalmente, y por tanto no hay deformación en esa dirección ni siquiera al alcanzar la carga teórica de pandeo de la chapa, que agota la resistencia al flector transversal.

En la práctica, el proceso de fabricación, transporte, almacenamiento y puesta en obra, hace que sí existan desviaciones respecto a la geometría planteada. Sabemos por numerosos estudios y por la teoría clásica del pandeo, que el fallo por inestabilidad viene condicionado por la deformación inicial que alimenta ese fenómeno, y más concretamente, el estudio realizado por Chacón R., Mirambell E., Real E. [8] que concluye que la magnitud inicial de la imperfección tiene una influencia significativa en la resistencia última de las vigas frente a patch loading.

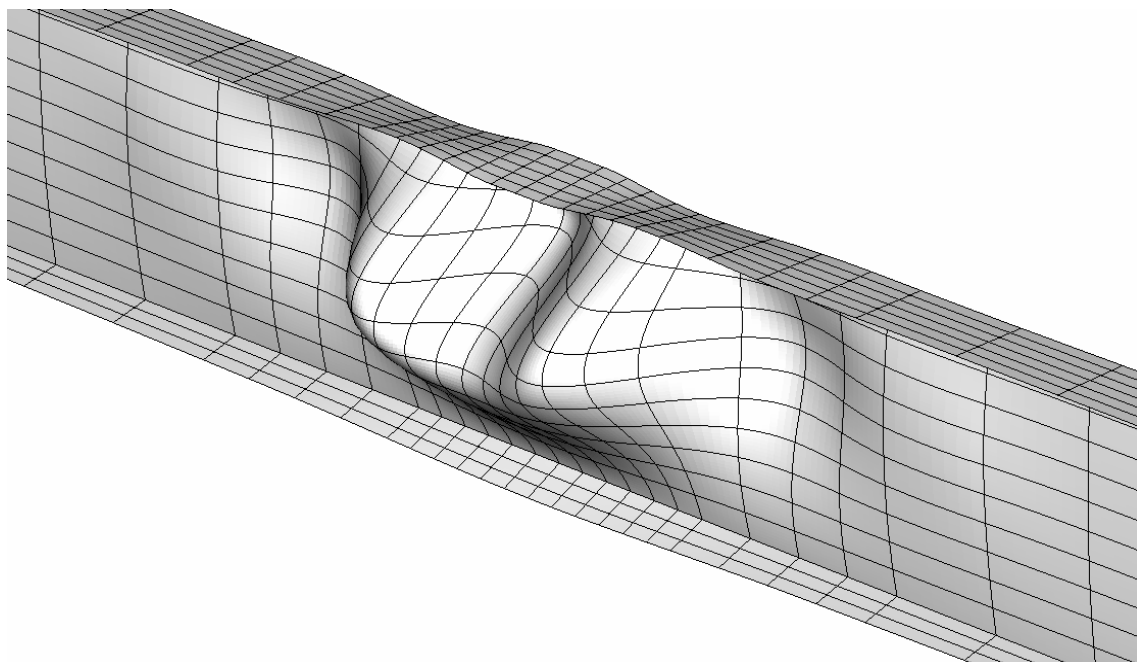
La estrategia que se sigue para solventar estas dificultades consiste en realizar el análisis de autovalores, de donde se obtienen los distintos modos de pandeo de la estructura, el campo de desplazamientos, y el valor de la carga que los produce.

En un segundo análisis, podemos aplicar el campo de desplazamientos elegido a la geometría inicial de la viga, produciendo el efecto de imperfección inicial y pudiendo además controlar la magnitud de esta.

El análisis de autovalores aplicado a geometrías muy sencillas tales como un único panel con condiciones de contorno en los extremos produce modos de pandeo con formas sencillas y fácilmente predecibles. Sin embargo, al tener en cuenta geometrías más realistas tal como se ha hecho en este trabajo, los campos de deformación se vuelven complejos, y pueden involucrar múltiples modos de fallo simultáneamente.



*Figura 3-12 Modo de pandeo principal en viga sin rigidización*



*Figura 3-13 Modo de pandeo secundario en viga sin rigidización*

### ***3.8 Análisis no lineal***

Al ejecutar un análisis no lineal, Abaqus realiza un proceso iterativo en el que la carga se incrementa paso a paso. El proceso incremental se controla mediante un parámetro denominado *step time*, que es simplemente un multiplicador que nos indica el tanto por uno de carga aplicada respecto el valor máximo indicado. El incremento en cada una de las iteraciones puede controlarse manualmente o permitir que el programa decida el valor óptimo. Esta última opción es la más recomendable ya que el programa cuenta con herramientas numéricas muy completas. En este caso, los incrementos serán lo más grandes posibles mientras no superen un valor máximo que se fija en el archivo de entrada, y mientras se cumplan los criterios de convergencia.

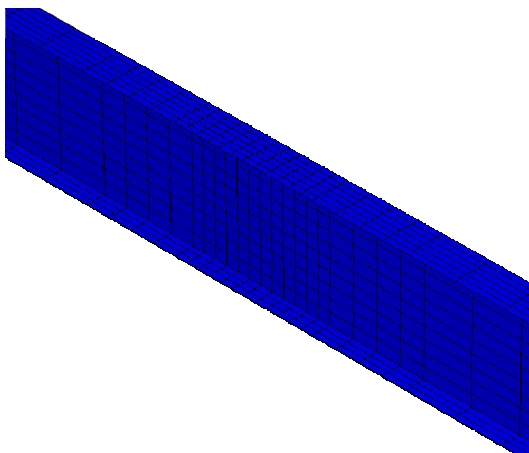
El análisis se considera completado cuando se alcanza el número máximo de incrementos o cuando se llega al valor de la carga especificado. Si antes de alcanzar una de estas condiciones se produce la imposibilidad de converger en uno de los pasos, o el valor del incremento requerido es inferior al mínimo especificado se interrumpirá el análisis.

Cabe decir aquí que existe un sinfín de posibilidades en Abaqus para controlar el proceso incremental, pudiendo elegir el método numérico a emplear, la o las variables que se utilizan para controlar la convergencia y todos los valores referentes a incremento máximo y mínimo, así como el número de incrementos.

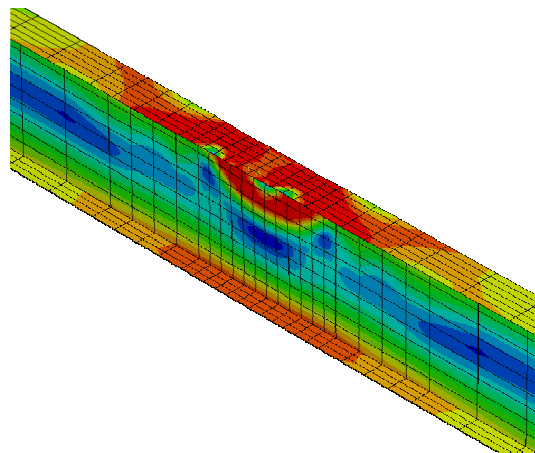
En nuestro caso, después de realizar una gran cantidad de análisis preliminares se pudo comprobar que la carga máxima se alcanzaba entre los incrementos 8 a 15 pero el análisis podía continuar hasta unos 70-100 incrementos dentro de la fase de abolladura, produciendo un consumo de tiempo y memoria muy grande e innecesario. Para evitar esto, en los análisis definitivamente incluidos en el estudio se estableció un límite de 30 incrementos que eran suficientes para incluir el punto de máxima carga y la primera parte del proceso de abolladura.

Un ejemplo de la problemática descrita se muestra en la sucesión de figuras siguientes. Representan uno de los análisis no lineales realizados, en el caso de viga sin rigidización, en el que se alcanzó el número máximo de incrementos de carga por defecto, que son cien. El dato relevante es que el pico de carga se produce entre los incrementos 13 y 14, momento a partir del cual las deformaciones crecen rápidamente y la carga descende.

Es importante destacar que, dado que el valor que nos interesa en estos análisis es la carga máxima resistida, un 85% del tiempo de computación y de los recursos de memoria consumidos son innecesarios. Con este criterio se decidió limitar a 30 incrementos los análisis, valor que supone un margen suficiente en todos los casos.

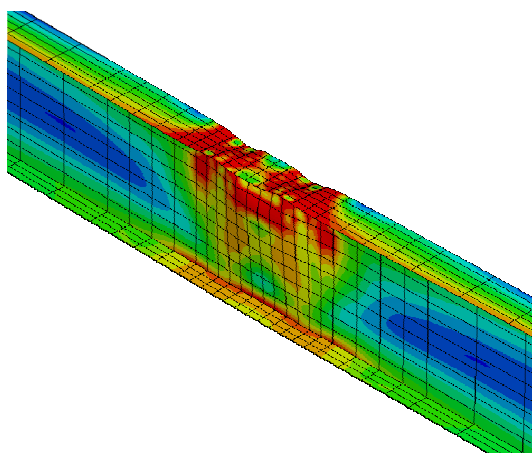


*Incremento 0*

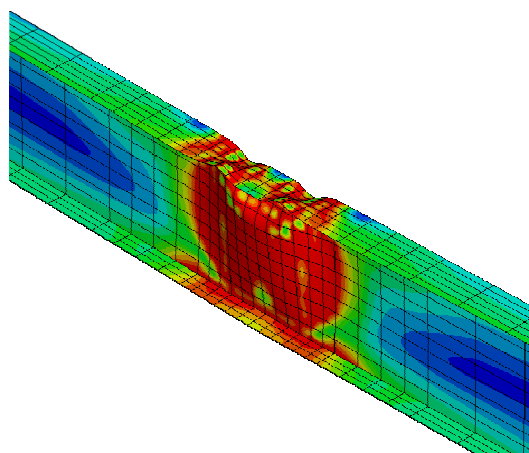


*Incremento 10*

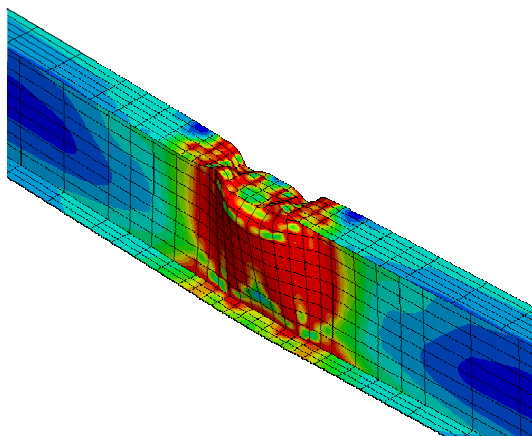




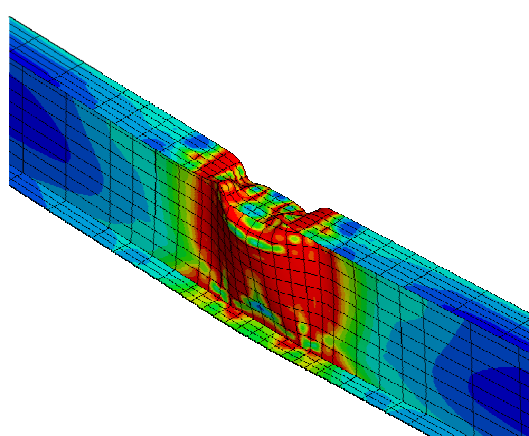
*Incremento 20*



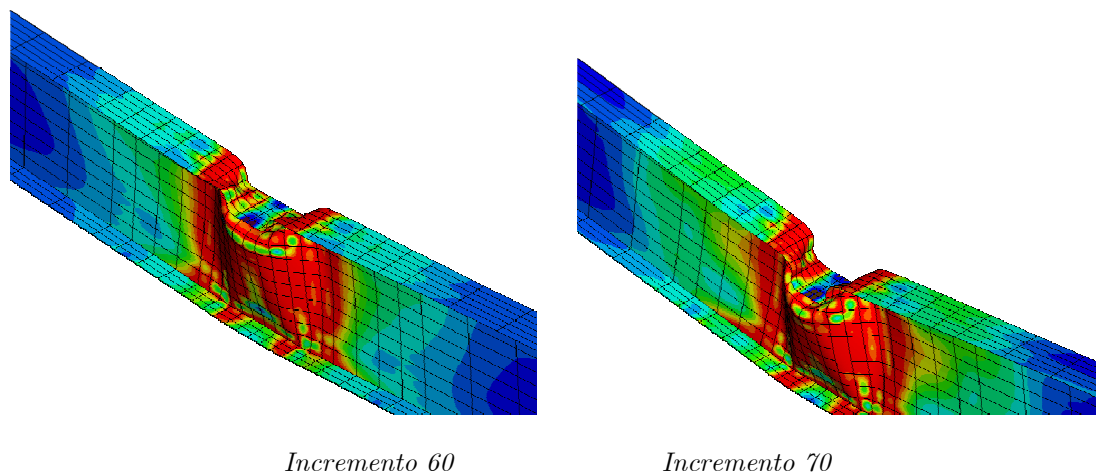
*Incremento 30*



*Incremento 40*

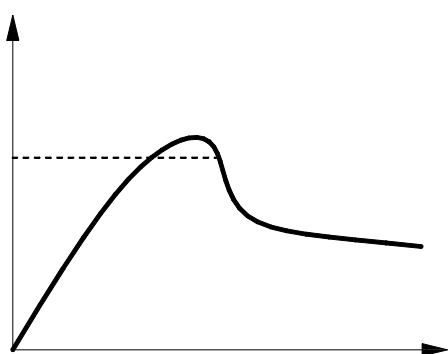


*Incremento 50*



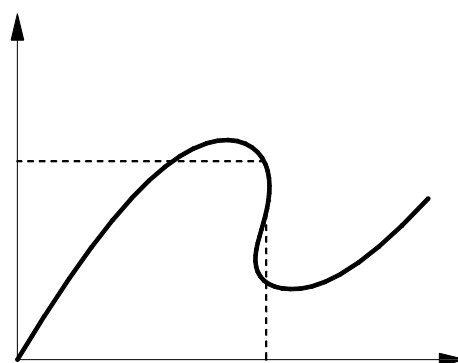
*Figura 3-14 Evolución de las tensiones y deformaciones en un análisis no lineal*

Los problemas estáticos no lineales geoméricamente desarrollan en algunos casos procesos de abolladura y colapso, durante los cuales la respuesta carga – desplazamiento presenta una pendiente negativa y la estructura moviliza su energía de deformación para permanecer en equilibrio (figura 3-15).



*Figura 3-15*

*Curva carga-desplazamiento (I)*



*Figura 3-16*

*Curva carga-desplazamiento (II)*

Existen múltiples aproximaciones que pueden utilizarse para modelizar este comportamiento. En Abaqus se ofrece la posibilidad de pasar a un análisis dinámico del problema en el momento en que surja una inestabilidad, aunque en los casos más sencillos es suficiente utilizar como variable de control el desplazamiento para encontrar una solución correcta.

Sin embargo, en algunos casos la respuesta de la estructura puede llegar a ser muy complicada, presentando reducciones de desplazamiento simultáneamente a un incremento o decremento de la carga. En estos casos no basta con emplear el desplazamiento como variable de control ya que este también presenta retrocesos (figura 3-16).

Una posible solución en estas situaciones es el método de Riks, método que implementa Abaqus con algunas modificaciones. Una de las limitaciones de este método es que únicamente puede ser utilizado cuando la carga está controlada por un solo parámetro escalar, tal como sucede en los análisis que se han llevado a cabo para este trabajo.

El método de Riks utiliza la magnitud de la carga como una incógnita adicional. Resuelve el sistema de forma simultánea para cargas y desplazamientos, y por ello debe utilizarse una variable diferente para avanzar a lo largo de la respuesta del problema. La solución habitual y también la que emplea Abaqus es el parámetro arco o longitud de arco, medida a lo largo de la curva de equilibrio en el dominio carga-desplazamiento.

Una de las limitaciones importantes del método de Riks es que debe utilizarse únicamente en problemas donde la trayectoria carga-desplazamiento es suave y no presenta bifurcaciones. Es por este motivo que no puede realizarse en primera instancia un análisis no lineal en problemas que involucran pandeo o abolladura.

Para salvar esta dificultad debe introducirse una imperfección inicial para que se produzca cierta respuesta en el modo de pandeo antes de alcanzar la carga crítica o de bifurcación, tal como se expone en 3.7.



# 4 *Estudio paramétrico*

## *4.1 Objetivos*

Este estudio pretende, fundamentalmente, constituir una primera aproximación en el planteamiento, análisis, evaluación y formulación del problema de patch loading, utilizando un modelo de viga realista y completa, no limitándose al estudio de un único panel, tal como se ha hecho en numerosos trabajos anteriores.

## *4.2 Valores de las variables geométricas*

Las variables de tipo geométrico que intervienen en el problema, se han dividido en 2 grandes grupos, que son:

Variables independientes: Son aquellas cuyo valor debe asignarse directamente para determinar la geometría de cada problema.

Variables dependientes: Variables cuyo valor viene determinado por otras variables.

Dentro de las variables independientes, distinguiremos dos subtipos:

Variables principales: Variables independientes que adoptan múltiples valores en el estudio paramétrico.

Variables fijas: Variables independientes cuyo valor es siempre el mismo en todo el estudio.

#### 4.2.1 Variables principales

Las variables principales y los múltiples valores que adoptan, con el objetivo de que el estudio paramétrico cubra un número de casos prácticos considerable, son:

Variables		Valores			
Nº de rigidizadores transversales	$n_t$	2	6	10	16
Rigidizador longitudinal	$n_l$	No (0)	Sí (2)		
Ancho del rigidizador longitudinal	$b_{sl}$ (mm)	200	400	600	
Posición del rigidizador longitudinal	$h_{wl} / h_w$	0.1	0.3	0.5	
Ancho de la carga	$s_s$ (mm)	400	2000		
Espesor del alma	$t_w$ (mm)	8	15	25	

Tabla 4.1 Valores de las variables principales

#### 4.2.2 Variables fijas

Las variables que, siendo independientes, toman un único valor en todo el estudio paramétrico son:

Variables		Valores
Luz	$L$ (m)	36
Vuelo fuera de apoyos	$v$ (mm)	800
Altura del alma	$h_w$ (mm)	2000
Ancho de las alas	$b_f$ (mm)	600
Espesor de las alas	$t_f$ (mm)	20
Ancho del rigidizador transversal	$b_{st}$ (mm)	600
Espesor del rigidizador transversal	$t_{st}$ (mm)	20
Espesor del rigidizador longitudinal	$t_{sl}$ (mm)	20

Tabla 4.2 Valores de las variables fijas

### 4.2.3 Variables dependientes

Variables		Valores			
Longitud total de la viga	L <sub>T</sub> (m)	37.6			
Canto	h (mm)	2040			
Canto útil	d (mm)	2020			
Ancho del panel	a (m)	36	7.2	4	2.4
Cociente de aspecto del panel	a/h <sub>w</sub>	18	3.6	2	1.2
Inercia del rigidizador longitudinal	I <sub>sl</sub> (m <sup>4</sup> )	1.33·10 <sup>-5</sup>	1.07·10 <sup>-4</sup>		3.60·10 <sup>-4</sup>
Posición del rigidizador longitudinal	h <sub>w1</sub> (mm)	200	600		1000
Inercia del rigidizador transversal	I <sub>st</sub> (m <sup>4</sup> )	3.6·10 <sup>-4</sup>			
Esbeltez del alma	h <sub>w</sub> /t <sub>w</sub>	250	133.33		80
Cociente de anchos carga/panel	s <sub>s</sub> /a	Valores entre 0.011 y 0.833			

Tabla 4.3 Valores de las variables dependientes

### 4.3 Valores de las variables no geométricas

#### 4.3.1 Variables del material

Variables		Valores
Módulo elástico del acero	$E \text{ (N/mm}^2 \text{)}$	210000
Coefficiente de Poisson	$\nu$	0.3
Límite elástico del acero	$f_y \text{ (N/mm}^2 \text{)}$	355 (S355)
Curva $\sigma - \epsilon$		Elastoplástica perfecta
Peso específico del acero	$\gamma \text{ (N/mm}^3 \text{)}$	$7.70085 \cdot 10^{-5}$ (7850 kp/m <sup>3</sup> )
Módulo de elasticidad transversal	$G \text{ (N/mm}^2 \text{)}$	80769.23

Tabla 4.4 Variables referentes al material

### 4.4 Casos estudiados

El estudio abarca un total de 240 casos, de los cuales 216 son vigas con rigidizador longitudinal y 24 sin rigidizador longitudinal. Estos últimos sirven para evaluar la aportación del rigidizador, ya que podemos comparar resultados en un mismo caso con y sin rigidizador longitudinal, hecho que puede ser muy útil a la hora de proponer una formulación.

A continuación se muestra la tabla 4.5 de resultados de los ensayos, en la cual aparecen por columnas de izquierda a derecha el número de caso, las seis variables principales del estudio (aquellas que toman varios valores), el cociente de aspecto del panel, la carga última obtenida en el ensayo, la carga última calculada según el Eurocódigo 3 y finalmente el cociente entre estos dos últimos valores.



En esta tabla no hay ningún filtrado de los resultados y puede verse que muchos de ellos son aparentemente incoherentes. Se ha querido sin embargo mostrar la totalidad de ensayos realizados porque ello da sentido al análisis crítico y selección de casos que se realiza más adelante.

El cálculo de la carga última según Eurocódigo 3 se realiza conforme a la formulación expuesta en 2.3.1 y 2.3.2 según exista o no rigidizador longitudinal, con la única diferencia de que no se divide por el coeficiente parcial de seguridad  $\gamma_{M1}$ . En el caso de que exista rigidizador longitudinal, la formulación del EC3 solamente es válida cuando se cumplen las dos limitaciones siguientes:

$$0,05 \leq \frac{h_{w1}}{h_w} \leq 0,3 \qquad \frac{h_{w1}}{a} \leq 0,3$$

Por tanto, todos los casos donde  $h_{w1} = 1000$  mm quedan fuera del alcance de la formulación, aunque a pesar de ello se han calculado. Estos resultados aparecen en gris en la tabla. En algunos casos (cuando  $a = 2,4$  m) ni siquiera es posible hallar un resultado porque  $\gamma_s$  resulta negativo y no podemos calcular su raíz cuadrada. En estos casos aparece un guión en la casilla de resultados.

Caso	Geometría						a / h <sub>w</sub>	Carga última (kN)	Carga última EC3 (kN)	F <sub>u</sub> / F <sub>EC3</sub>
	nt	nl	bsl	hw1	ss	tw				
001	2	0	200	200	400	8	18	660	477,1	1,383
002	2	0	200	200	400	15	18	1266	1643,9	0,770
003	2	0	200	200	400	25	18	1716	4520,8	0,380
004	2	0	200	200	2000	8	18	765	746,8	1,024
005	2	0	200	200	2000	15	18	1350	2604,3	0,518
006	2	0	200	200	2000	25	18	1836	7205,6	0,255
007	2	2	200	200	400	8	18	870	477,1	1,823
008	2	2	200	200	400	15	18	1488	1643,9	0,905
009	2	2	200	200	400	25	18	2028	4520,8	0,449
010	2	2	200	200	2000	8	18	924	746,8	1,237
011	2	2	200	200	2000	15	18	1671	2604,3	0,642
012	2	2	200	200	2000	25	18	1929	7205,6	0,268
013	2	2	200	600	400	8	18	756	477,1	1,584

Caso	Geometría						a / h <sub>w</sub>	Carga última (kN)	Carga última EC3 (kN)	F <sub>u</sub> / F <sub>EC3</sub>
	nt	nl	bsl	hw1	ss	tw				
014	2	2	200	600	400	15	18	1368	1643,9	0,832
015	2	2	200	600	400	25	18	1956	4520,8	0,433
016	2	2	200	600	2000	8	18	882	746,8	1,181
017	2	2	200	600	2000	15	18	1530	2604,3	0,587
018	2	2	200	600	2000	25	18	2049	7205,6	0,284
019	2	2	200	1000	400	8	18	768	477,1	1,610
020	2	2	200	1000	400	15	18	1296	1643,9	0,788
021	2	2	200	1000	400	25	18	1872	4520,8	0,414
022	2	2	200	1000	2000	8	18	867	746,8	1,161
023	2	2	200	1000	2000	15	18	1455	2604,3	0,559
024	2	2	200	1000	2000	25	18	1998	7205,6	0,277
025	2	2	400	200	400	8	18	918	477,1	1,924
026	2	2	400	200	400	15	18	1644	1643,9	1,000
027	2	2	400	200	400	25	18	2034	4520,8	0,450
028	2	2	400	200	2000	8	18	987	746,8	1,322
029	2	2	400	200	2000	15	18	1755	2604,3	0,674
030	2	2	400	200	2000	25	18	2127	7205,6	0,295
031	2	2	400	600	400	8	18	792	477,1	1,660
032	2	2	400	600	400	15	18	1440	1643,9	0,876
033	2	2	400	600	400	25	18	1890	4520,8	0,418
034	2	2	400	600	2000	8	18	921	746,8	1,233
035	2	2	400	600	2000	15	18	1593	2604,3	0,612
036	2	2	400	600	2000	25	18	2007	7205,6	0,279
037	2	2	400	1000	400	8	18	804	477,1	1,685
038	2	2	400	1000	400	15	18	1338	1643,9	0,814
039	2	2	400	1000	400	25	18	1890	4520,8	0,418
040	2	2	400	1000	2000	8	18	933	746,8	1,249
041	2	2	400	1000	2000	15	18	1455	2604,3	0,559
042	2	2	400	1000	2000	25	18	2034	7205,6	0,282
043	2	2	600	200	400	8	18	948	477,1	1,987
044	2	2	600	200	400	15	18	1752	1643,9	1,066
045	2	2	600	200	400	25	18	2232	4520,8	0,494
046	2	2	600	200	2000	8	18	1023	746,8	1,370
047	2	2	600	200	2000	15	18	1899	2604,3	0,729
048	2	2	600	200	2000	25	18	2340	7205,6	0,325
049	2	2	600	600	400	8	18	822	477,1	1,723
050	2	2	600	600	400	15	18	1470	1643,9	0,894
051	2	2	600	600	400	25	18	1974	4520,8	0,437
052	2	2	600	600	2000	8	18	948	746,8	1,269
053	2	2	600	600	2000	15	18	1620	2604,3	0,622
054	2	2	600	600	2000	25	18	2109	7205,6	0,293
055	2	2	600	1000	400	8	18	834	477,1	1,748
056	2	2	600	1000	400	15	18	1344	1643,9	0,818
057	2	2	600	1000	400	25	18	1818	4520,8	0,402
058	2	2	600	1000	2000	8	18	852	746,8	1,141
059	2	2	600	1000	2000	15	18	1461	2604,3	0,561

Caso	Geometría						a / h <sub>w</sub>	Carga última (kN)	Carga última EC3 (kN)	F <sub>u</sub> / F <sub>EC3</sub>
	nt	nl	bsl	hw1	ss	tw				
060	2	2	600	1000	2000	25	18	1962	7205,6	0,272
061	6	0	200	200	400	8	3,6	642	483,0	1,329
062	6	0	200	200	400	15	3,6	1242	1664,0	0,746
063	6	0	200	200	400	25	3,6	1656	4576,2	0,362
064	6	0	200	200	2000	8	3,6	726	756,0	0,960
065	6	0	200	200	2000	15	3,6	1347	2636,3	0,511
066	6	0	200	200	2000	25	3,6	1803	7293,9	0,247
067	6	2	200	200	400	8	3,6	948	483,0	1,963
068	6	2	200	200	400	15	3,6	1488	1664,0	0,894
069	6	2	200	200	400	25	3,6	1842	4576,2	0,403
070	6	2	200	200	2000	8	3,6	1155	756,0	1,528
071	6	2	200	200	2000	15	3,6	1665	2636,3	0,632
072	6	2	200	200	2000	25	3,6	1935	7293,9	0,265
073	6	2	200	600	400	8	3,6	846	585,8	1,444
074	6	2	200	600	400	15	3,6	1380	1810,8	0,762
075	6	2	200	600	400	25	3,6	1956	4773,0	0,410
076	6	2	200	600	2000	8	3,6	1092	917,0	1,191
077	6	2	200	600	2000	15	3,6	1551	2868,8	0,541
078	6	2	200	600	2000	25	3,6	2001	7607,6	0,263
079	6	2	200	1000	400	8	3,6	810	692,6	1,170
080	6	2	200	1000	400	15	3,6	1314	1978,0	0,664
081	6	2	200	1000	400	25	3,6	1848	5006,7	0,369
082	6	2	200	1000	2000	8	3,6	1026	1084,1	0,946
083	6	2	200	1000	2000	15	3,6	1482	3133,7	0,473
084	6	2	200	1000	2000	25	3,6	2022	7980,0	0,253
085	6	2	400	200	400	8	3,6	1092	483,0	2,261
086	6	2	400	200	400	15	3,6	1668	1664,0	1,002
087	6	2	400	200	400	25	3,6	2052	4576,2	0,448
088	6	2	400	200	2000	8	3,6	1317	756,0	1,742
089	6	2	400	200	2000	15	3,6	1788	2636,3	0,678
090	6	2	400	200	2000	25	3,6	2139	7293,9	0,293
091	6	2	400	600	400	8	3,6	948	678,5	1,397
092	6	2	400	600	400	15	3,6	1476	2051,0	0,720
093	6	2	400	600	400	25	3,6	1896	5100,2	0,372
094	6	2	400	600	2000	8	3,6	1254	1062,1	1,181
095	6	2	400	600	2000	15	3,6	1623	3249,3	0,499
096	6	2	400	600	2000	25	3,6	2007	8129,1	0,247
097	6	2	400	1000	400	8	3,6	828	851,2	0,973
098	6	2	400	1000	400	15	3,6	1392	2447,9	0,569
099	6	2	400	1000	400	25	3,6	1884	5684,1	0,331
100	6	2	400	1000	2000	8	3,6	1110	1332,4	0,833
101	6	2	400	1000	2000	15	3,6	1485	3878,1	0,383
102	6	2	400	1000	2000	25	3,6	2016	9059,7	0,223
103	6	2	600	200	400	8	3,6	1182	483,0	2,447
104	6	2	600	200	400	15	3,6	1788	1664,0	1,075
105	6	2	600	200	400	25	3,6	2238	4576,2	0,489

Caso	Geometría						a / h <sub>w</sub>	Carga última (kN)	Carga última EC3 (kN)	F <sub>u</sub> / F <sub>EC3</sub>
	nt	nl	bsl	hw1	ss	tw				
106	6	2	600	200	2000	8	3,6	1380	756,0	1,825
107	6	2	600	200	2000	15	3,6	1917	2636,3	0,727
108	6	2	600	200	2000	25	3,6	2352	7293,9	0,322
109	6	2	600	600	400	8	3,6	966	678,5	1,424
110	6	2	600	600	400	15	3,6	1530	2325,7	0,658
111	6	2	600	600	400	25	3,6	1980	5498,3	0,360
112	6	2	600	600	2000	8	3,6	1287	1062,1	1,212
113	6	2	600	600	2000	15	3,6	1653	3684,6	0,449
114	6	2	600	600	2000	25	3,6	2136	8763,6	0,244
115	6	2	600	1000	400	8	3,6	834	851,2	0,980
116	6	2	600	1000	400	15	3,6	1404	2932,7	0,479
117	6	2	600	1000	400	25	3,6	1830	6462,8	0,283
118	6	2	600	1000	2000	8	3,6	1122	1332,4	0,842
119	6	2	600	1000	2000	15	3,6	1491	4646,2	0,321
120	6	2	600	1000	2000	25	3,6	1941	10300,9	0,188
121	10	0	200	200	400	8	2	810	496,4	1,632
122	10	0	200	200	400	15	2	1254	1710,1	0,733
123	10	0	200	200	400	25	2	1668	4703,0	0,355
124	10	0	200	200	2000	8	2	981	776,9	1,263
125	10	0	200	200	2000	15	2	1395	2709,3	0,515
126	10	0	200	200	2000	25	2	1806	7496,0	0,241
127	10	2	200	200	400	8	2	1128	523,8	2,153
128	10	2	200	200	400	15	2	1500	1747,7	0,858
129	10	2	200	200	400	25	2	1842	4752,3	0,388
130	10	2	200	200	2000	8	2	1158	819,9	1,412
131	10	2	200	200	2000	15	2	1629	2768,8	0,588
132	10	2	200	200	2000	25	2	1944	7574,6	0,257
133	10	2	200	600	400	8	2	936	693,3	1,350
134	10	2	200	600	400	15	2	1458	2048,1	0,712
135	10	2	200	600	400	25	2	1788	5167,2	0,346
136	10	2	200	600	2000	8	2	1263	1085,1	1,164
137	10	2	200	600	2000	15	2	1572	3244,8	0,484
138	10	2	200	600	2000	25	2	2094	8235,9	0,254
139	10	2	200	1000	400	8	2	846	767,8	1,102
140	10	2	200	1000	400	15	2	1362	2309,8	0,590
141	10	2	200	1000	400	25	2	1866	5550,9	0,336
142	10	2	200	1000	2000	8	2	1161	1201,9	0,966
143	10	2	200	1000	2000	15	2	1500	3659,3	0,410
144	10	2	200	1000	2000	25	2	1827	8847,5	0,206
145	10	2	400	200	400	8	2	1308	524,2	2,495
146	10	2	400	200	400	15	2	1704	1806,0	0,944
147	10	2	400	200	400	25	2	2070	4838,3	0,428
148	10	2	400	200	2000	8	2	1491	820,5	1,817
149	10	2	400	200	2000	15	2	1809	2861,1	0,632
150	10	2	400	200	2000	25	2	2145	7711,6	0,278
151	10	2	400	600	400	8	2	954	693,3	1,376

Caso	Geometría						a / h <sub>w</sub>	Carga última (kN)	Carga última EC3 (kN)	F <sub>u</sub> / F <sub>EC3</sub>
	nt	nl	bsl	hw1	ss	tw				
152	10	2	400	600	400	15	2	1524	2388,5	0,638
153	10	2	400	600	400	25	2	1920	5894,4	0,326
154	10	2	400	600	2000	8	2	1293	1085,1	1,192
155	10	2	400	600	2000	15	2	1653	3784,1	0,437
156	10	2	400	600	2000	25	2	2145	9395,0	0,228
157	10	2	400	1000	400	8	2	852	767,8	1,110
158	10	2	400	1000	400	15	2	1398	2645,5	0,528
159	10	2	400	1000	400	25	2	1890	6788,1	0,278
160	10	2	400	1000	2000	8	2	1173	1201,9	0,976
161	10	2	400	1000	2000	15	2	1524	4191,2	0,364
162	10	2	400	1000	2000	25	2	1884	10819,5	0,174
163	10	2	600	200	400	8	2	1392	524,2	2,656
164	10	2	600	200	400	15	2	1824	1806,0	1,010
165	10	2	600	200	400	25	2	2244	4948,2	0,454
166	10	2	600	200	2000	8	2	1533	820,5	1,868
167	10	2	600	200	2000	15	2	1929	2861,1	0,674
168	10	2	600	200	2000	25	2	2376	7886,8	0,301
169	10	2	600	600	400	8	2	966	693,3	1,393
170	10	2	600	600	400	15	2	1566	2388,5	0,656
171	10	2	600	600	400	25	2	1998	6568,7	0,304
172	10	2	600	600	2000	8	2	1311	1085,1	1,208
173	10	2	600	600	2000	15	2	1674	3784,1	0,442
174	10	2	600	600	2000	25	2	2148	10469,6	0,205
175	10	2	600	1000	400	8	2	852	767,8	1,110
176	10	2	600	1000	400	15	2	1410	2645,5	0,533
177	10	2	600	1000	400	25	2	1854	7275,4	0,255
178	10	2	600	1000	2000	8	2	1179	1201,9	0,981
179	10	2	600	1000	2000	15	2	1512	4191,2	0,361
180	10	2	600	1000	2000	25	2	1965	11596,0	0,169
181	16	0	200	200	400	8	1,2	864	529,2	1,633
182	16	0	200	200	400	15	1,2	1266	1823,3	0,694
183	16	0	200	200	400	25	1,2	1674	5014,3	0,334
184	16	0	200	200	2000	8	1,2	1122	828,4	1,354
185	16	0	200	200	2000	15	1,2	1449	2888,6	0,502
186	16	0	200	200	2000	25	1,2	1950	7992,1	0,244
187	16	2	200	200	400	8	1,2	1242	595,1	2,087
188	16	2	200	200	400	15	1,2	1566	1958,2	0,800
189	16	2	200	200	400	25	1,2	1848	5193,5	0,356
190	16	2	200	200	2000	8	1,2	1398	931,5	1,501
191	16	2	200	200	2000	15	1,2	1656	3102,3	0,534
192	16	2	200	200	2000	25	1,2	1968	8277,9	0,238
193	16	2	200	600	400	8	1,2	936	697,6	1,342
194	16	2	200	600	400	15	1,2	1530	2394,8	0,639
195	16	2	200	600	400	25	1,2	1806	5817,0	0,310
196	16	2	200	600	2000	8	1,2	1293	1091,9	1,184
197	16	2	200	600	2000	15	1,2	1590	3794,0	0,419

Caso	Geometría						a / h <sub>w</sub>	Carga última (kN)	Carga última EC3 (kN)	F <sub>u</sub> / F <sub>EC3</sub>
	nt	nl	bsl	hw1	ss	tw				
198	16	2	200	600	2000	25	1,2	2112	9271,6	0,228
199	16	2	200	1000	400	8	1,2	894	-	-
200	16	2	200	1000	400	15	1,2	1368	-	-
201	16	2	200	1000	400	25	1,2	1878	-	-
202	16	2	200	1000	2000	8	1,2	1188	-	-
203	16	2	200	1000	2000	15	1,2	1506	-	-
204	16	2	200	1000	2000	25	1,2	1869	-	-
205	16	2	400	200	400	8	1,2	1368	595,1	2,299
206	16	2	400	200	400	15	1,2	1716	2050,2	0,837
207	16	2	400	200	400	25	1,2	2076	5496,3	0,378
208	16	2	400	200	2000	8	1,2	1518	931,5	1,630
209	16	2	400	200	2000	15	1,2	1821	3248,1	0,561
210	16	2	400	200	2000	25	1,2	2157	8760,4	0,246
211	16	2	400	600	400	8	1,2	954	697,6	1,368
212	16	2	400	600	400	15	1,2	1536	2403,5	0,639
213	16	2	400	600	400	25	1,2	1944	6609,8	0,294
214	16	2	400	600	2000	8	1,2	1329	1091,9	1,217
215	16	2	400	600	2000	15	1,2	1683	3807,8	0,442
216	16	2	400	600	2000	25	1,2	2043	10535,3	0,194
217	16	2	400	1000	400	8	1,2	894	-	-
218	16	2	400	1000	400	15	1,2	1398	-	-
219	16	2	400	1000	400	25	1,2	1800	-	-
220	16	2	400	1000	2000	8	1,2	1194	-	-
221	16	2	400	1000	2000	15	1,2	1509	-	-
222	16	2	400	1000	2000	25	1,2	1944	-	-
223	16	2	600	200	400	8	1,2	1434	595,1	2,410
224	16	2	600	200	400	15	1,2	1836	2050,2	0,896
225	16	2	600	200	400	25	1,2	2250	5638,3	0,399
226	16	2	600	200	2000	8	1,2	1563	931,5	1,678
227	16	2	600	200	2000	15	1,2	1950	3248,1	0,600
228	16	2	600	200	2000	25	1,2	2373	8986,8	0,264
229	16	2	600	600	400	8	1,2	966	697,6	1,385
230	16	2	600	600	400	15	1,2	1578	2403,5	0,657
231	16	2	600	600	400	25	1,2	2040	6609,8	0,309
232	16	2	600	600	2000	8	1,2	1335	1091,9	1,223
233	16	2	600	600	2000	15	1,2	1698	3807,8	0,446
234	16	2	600	600	2000	25	1,2	2208	10535,3	0,210
235	16	2	600	1000	400	8	1,2	894	-	-
236	16	2	600	1000	400	15	1,2	1410	-	-
237	16	2	600	1000	400	25	1,2	1872	-	-
238	16	2	600	1000	2000	8	1,2	1197	-	-
239	16	2	600	1000	2000	15	1,2	1512	-	-
240	16	2	600	1000	2000	25	1,2	2028	-	-

Tabla 4.5 Geometría y resultados de los ensayos

### ***4.5 Selección de los resultados a analizar***

Quizás el punto más destacable de la tabla 4.5 es que no todos los ensayos producen resultados con una carga última mayor que la calculada según el Eurocódigo 3. De hecho, puede decirse que esto solo ocurre en aproximadamente una tercera parte de los casos, aquellos cuyo espesor del alma es menor ( $t_w = 8$  mm).

Se ha considerado que los casos cuyo resultado es inferior al valor del EC3 no son correctos. La explicación que se da a este hecho es que en dichos casos el fallo de la viga no viene producido por una situación bien definida de fallo por patch loading, sino que se produce por una mezcla de modos de pandeo o simplemente por un modo de inestabilidad distinto del buscado.

Pueden existir dos causas que hayan dado lugar a este hecho. La primera es que la elección previa de los valores de algunos parámetros ha dado lugar a geometrías que no se dan en la práctica y que por tanto están fuera del dominio de interés. Es el caso del espesor de las alas, que se ha mantenido constante en 20 mm mientras que el alma toma valores de 8, 15 y 25 mm. Sin embargo, dado el número de variables involucradas en el estudio y el número de casos a estudiar (240), el simple hecho de introducir un valor diferente de espesor de ala implicaría doblar el número de casos del estudio. Otra opción consistiría en incrementar el espesor de las alas simultáneamente al incremento de espesor de alma, pero entonces no resulta fácil identificar posteriormente la influencia de cada parámetro en la resistencia última.

La segunda causa que se sugiere radica en la propia geometría de la viga a estudiar. Es posible que para valores elevados de espesor del alma, la carga necesaria para provocar el fallo por patch loading sea suficientemente grande como para que antes se produzcan otros fenómenos de fallo diferentes. Una prueba de ello es que en casos con rigidización potente, ha sido frecuente en este estudio encontrar el modo de pandeo por patch loading entre los modos quinto, sexto o más atrás, muy alejado del modo principal.

Como resultado de estas valoraciones, se ha decidido tener en cuenta para el análisis de resultados únicamente los 80 casos en los que el alma presenta un espesor de 8 mm, y que presentan resultados más verosímiles.

Dentro de estos 80 casos, 24 presentan el rigidizador longitudinal a una altura de  $0,5 h_w$ , geometría que queda fuera del alcance de la formulación del Eurocódigo. Estos casos por tanto, no deben utilizarse para hacer valoraciones de dicha formulación sinó más bien para proponer nuevas formulaciones que abarquen un mayor dominio.

## ***4.6 Evaluación de resultados***

### ***4.6.1 Comparación con Eurocódigo 3***

Tal como se expone en los objetivos de este trabajo, es fundamental la identificación de posibles desviaciones en la evaluación, según el Eurocódigo, de la carga última frente a patch loading. Esto es debido a la creencia de que la actual formulación subestima el efecto favorable de la rigidización tanto vertical como horizontal, siendo especialmente acusado el caso en que ambas están presentes.

A continuación se muestran 4 gráficas que pretenden sintetizar la mayor parte de los resultados obtenidos. En ellas no se muestra la carga última alcanzada en cada ensayo sinó el cociente  $\gamma = F_u/F_{EC3}$  (carga última obtenida numéricamente / carga última estimada según la formulación del Eurocódigo 3). Con ello se quiere evaluar el mejor o peor ajuste de dicha formulación y marcar así unas líneas generales para proponer modificaciones.

Desde la figura 4-1 a la figura 4-4 las diferentes líneas representan diferentes rigidizaciones longitudinales. Así, la línea gruesa continua es el caso de referencia, en el que no existe



rigidización longitudinal, y el resto de líneas representan casos con rigidizador longitudinal de 200, 400 y 600 mm de ancho respectivamente.

Las cuatro figuras corresponden a la combinación de los parámetros  $h_{w1}/h_w$  y  $s_s$ , el primero de los cuales toma los valores 0,1 y 0,3, mientras que la longitud de carga vale 400 ó 2000 mm según el caso.

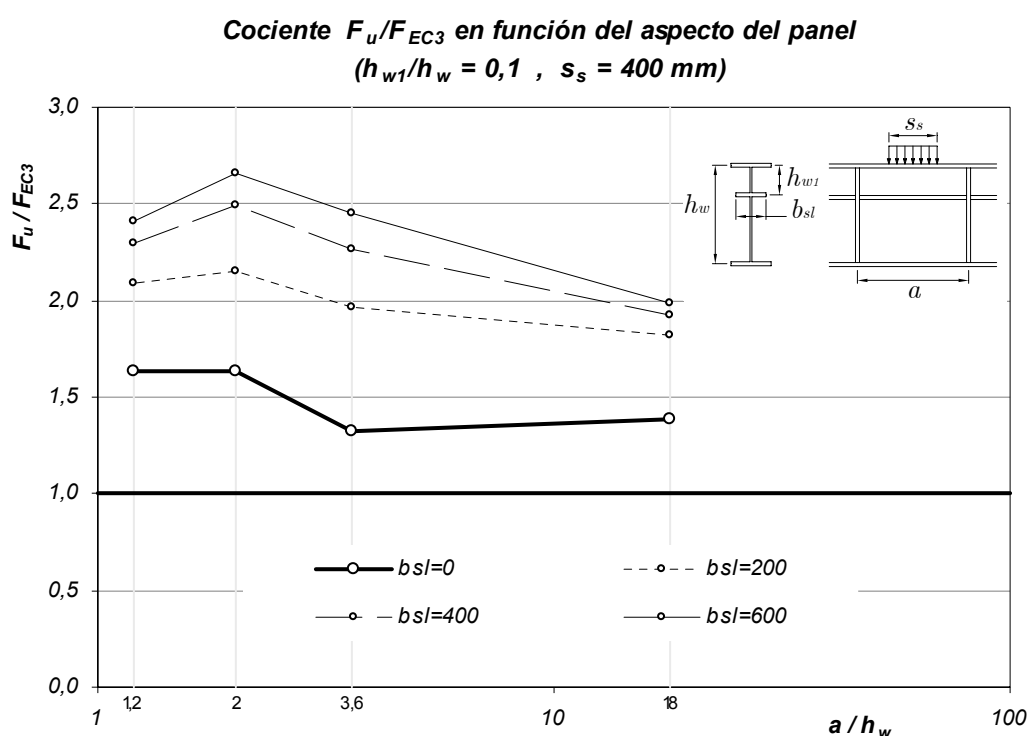


Figura 4-1 Cociente carga última FEM / carga última Eurocódigo 3

La figura muestra cómo, en general, para distancias pequeñas entre rigidizadores la carga última se ha subestimado de forma más acusada. Aunque  $\gamma$  ( $= F_u/F_{EC3}$ ) también es alto con grandes distancias entre rigidizadores transversales, hay menor dispersión entre los diferentes casos. También puede verse que los casos con rigidización horizontal tienen resistencias mucho mayores que las previstas.

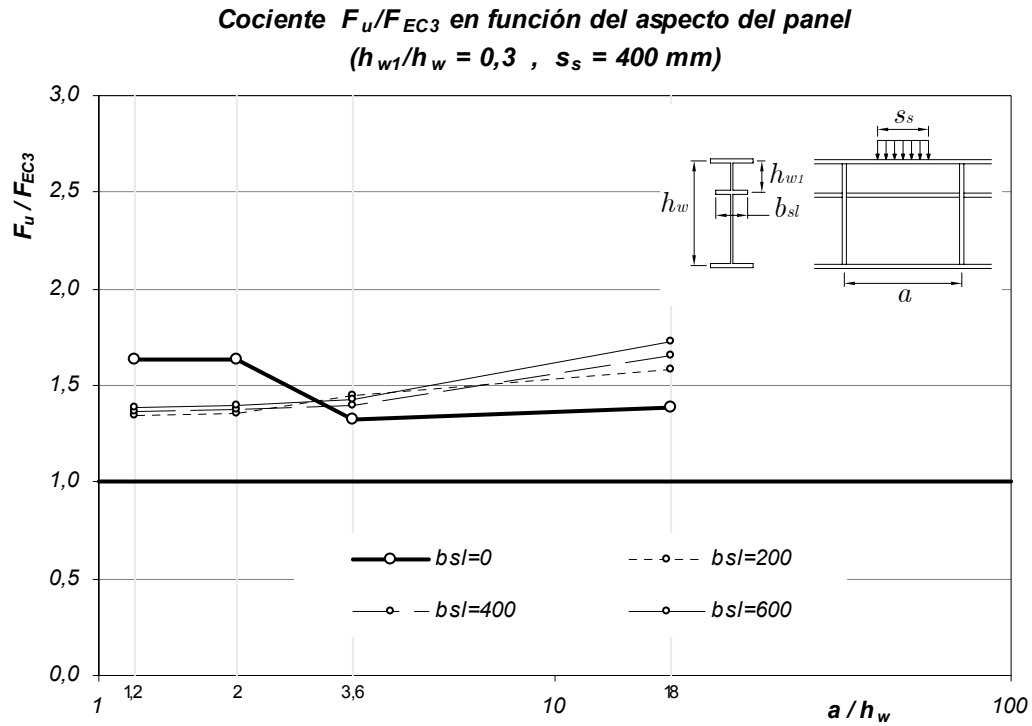


Figura 4-2 Cociente carga última FEM / carga última Eurocódigo 3

En este caso el rigidizador longitudinal está situado cerca de la posición considerada óptima ( $0,3h_w$ ). El ajuste es bastante mejor que en el caso anterior, especialmente en la parte izquierda de la gráfica, y ligeramente peor en la región derecha.

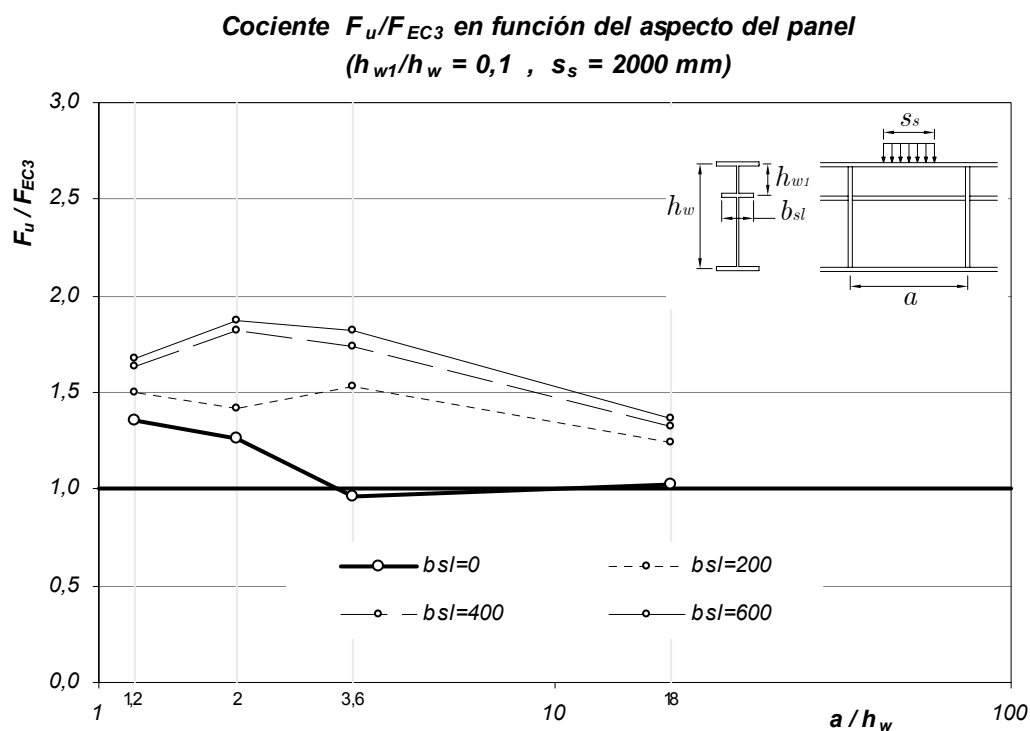


Figura 4-3 Cociente carga última FEM / carga última Eurocódigo 3

Las figura 4-3 y Figura 4-4 representan casos cuya longitud de carga es de 2000 mm, a diferencia de las figura 4-1 y Figura 4-2 en las cuales era de 400 mm. En la figura 4-3 volvemos a encontrar una situación parecida a la de la figura 4-1 pero con valores de  $\gamma$  sensiblemente menores.

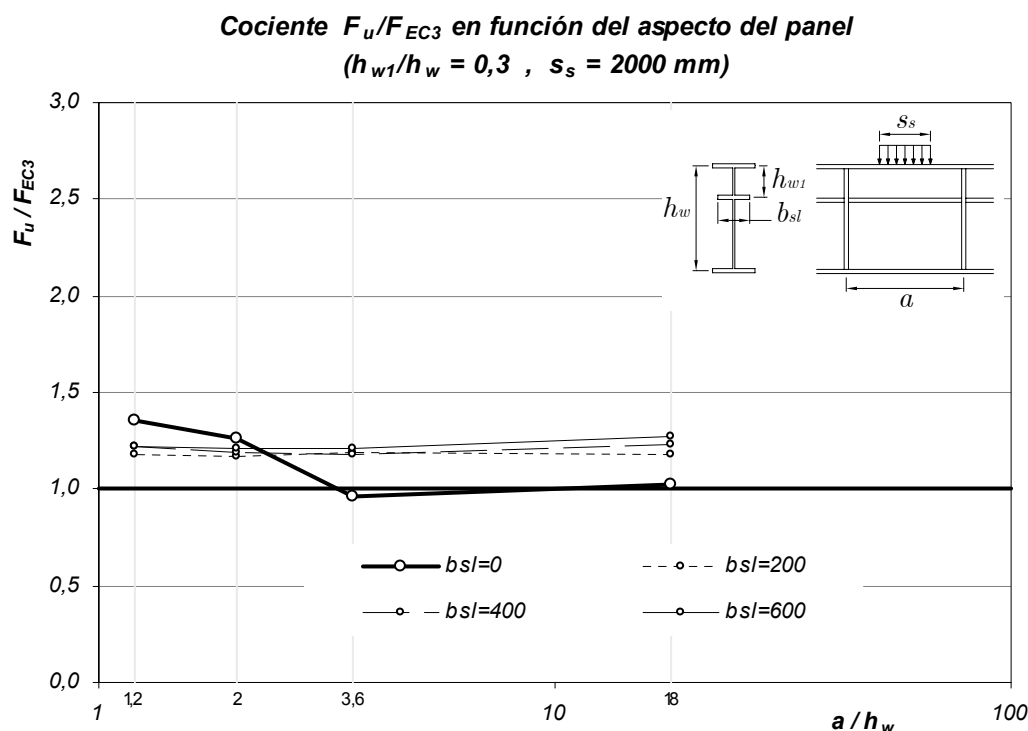


Figura 4-4 Cociente carga última FEM / carga última Eurocódigo 3

De esta gráfica puede decirse algo parecido al caso anterior. Es muy similar a la figura 4-2, pero con valores del cociente  $\gamma$  más pequeños. El ajuste de los resultados obtenidos por elementos finitos con los del Eurocódigo es mejor.

Como primer diagnóstico puede decirse que existe mucho mejor ajuste en los casos donde  $h_{w1}/h_w = 0,3$ , y en los que la longitud de carga es mayor. No puede decirse algo parecido de la distancia entre rigidizadores transversales, ya que las predicciones son mejores o peores según el caso.

#### 4.6.2 Valores obtenidos

En este apartado se muestran 4 gráficas similares a las del apartado 4.6.1, pero en este caso el valor mostrado en ordenadas será la carga última alcanzada en la simulación por elementos finitos, en lugar del cociente de ésta con el valor predicho por el eurocódigo.

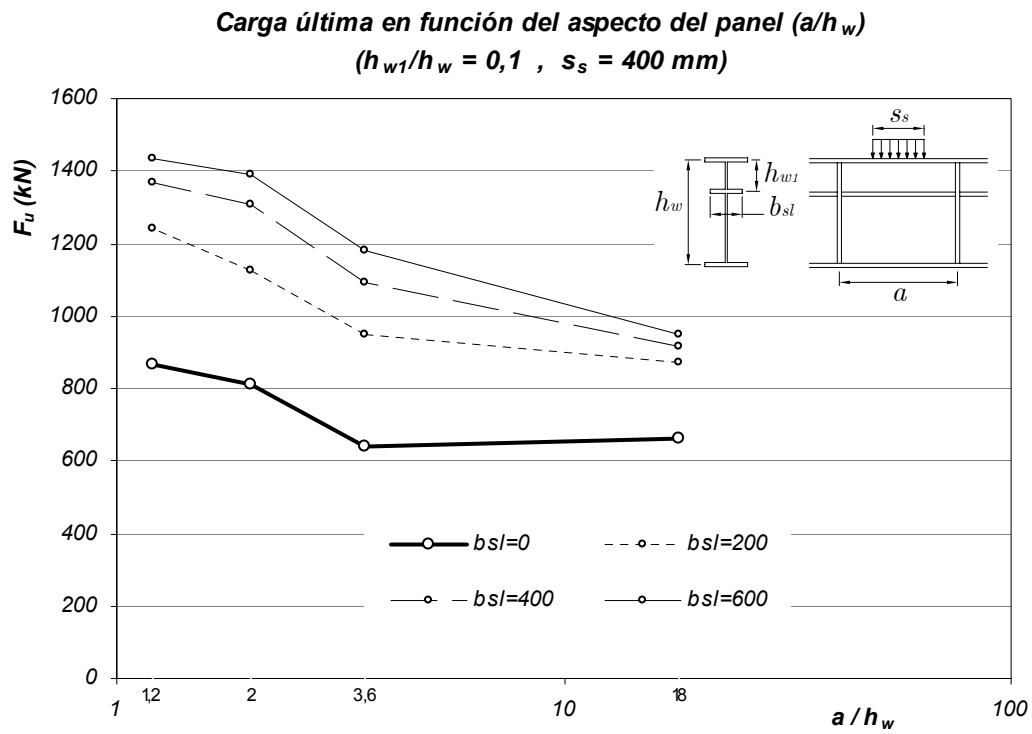


Figura 4-5 Carga última obtenida en los ensayos numéricos

En la figura se observa el efecto favorable que supone la presencia del rigidizador longitudinal (líneas de trazo fino frente a línea de trazo grueso). También se observa que dicho efecto es más destacado al incrementar la rigidez (aumentando el ancho) del rigidizador longitudinal.

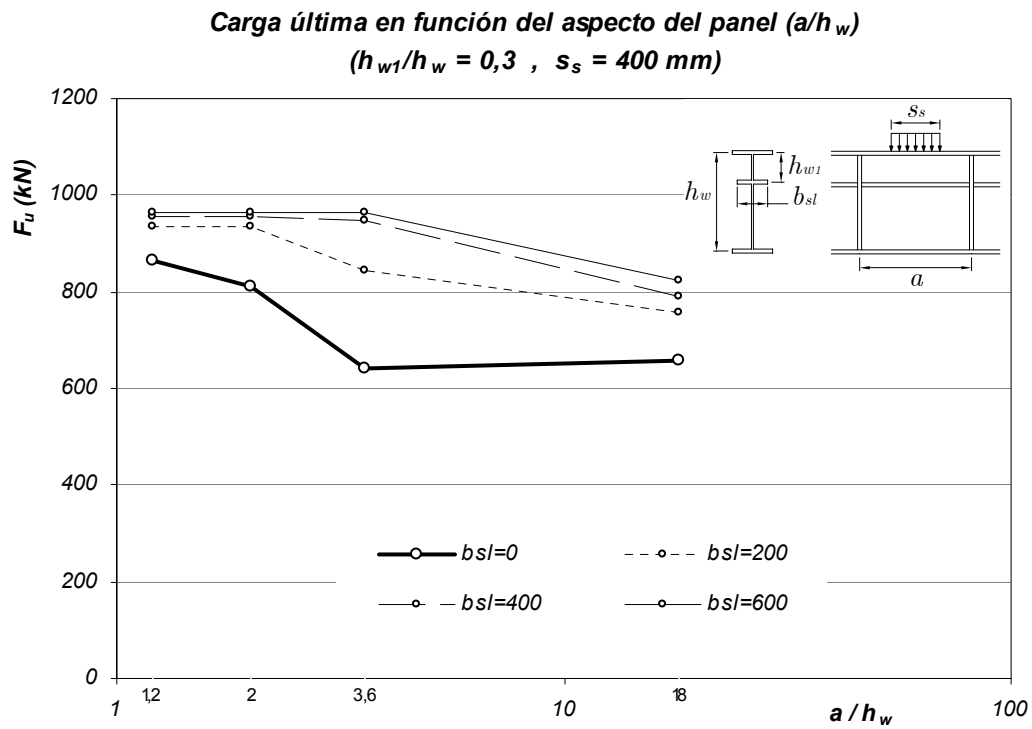


Figura 4-6 Carga última obtenida en los ensayos numéricos

Los valores de resistencia aumentan progresivamente y de forma paralela al aumento de rigidez del panel. Destaca solamente la atenuación de este efecto para distancias cortas entre rigidizadores, donde parece haberse alcanzado algún límite que no se ve afectado por la rigidización.

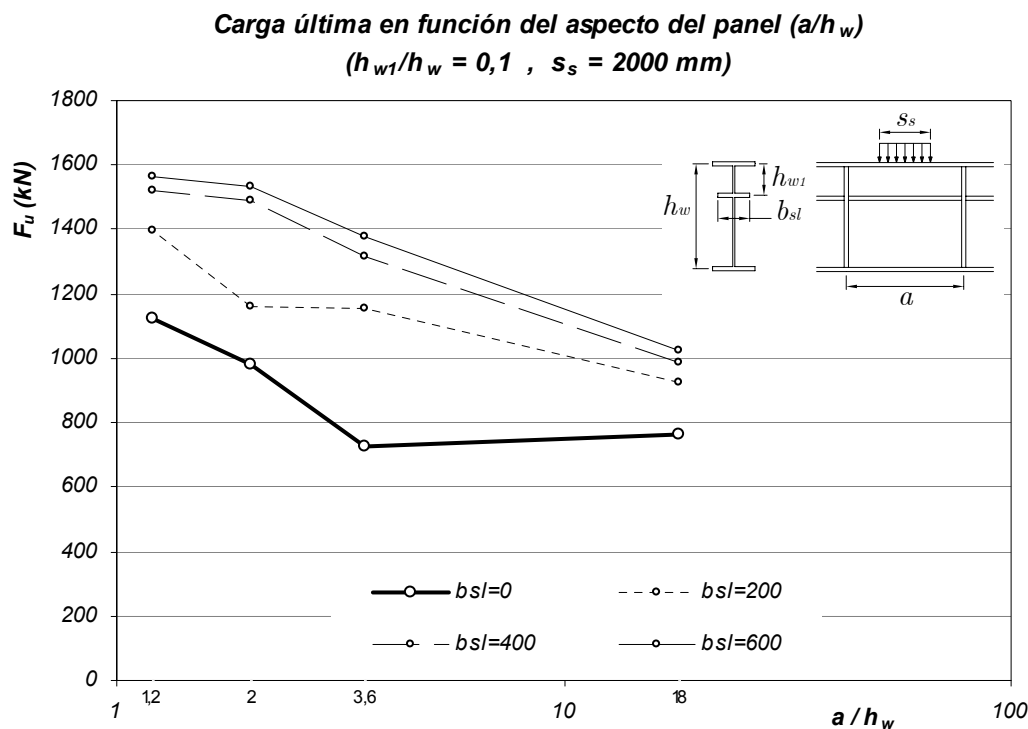


Figura 4-7 Carga última obtenida en los ensayos numéricos

En este caso se aprecia también claramente la acción favorable de la rigidización. A diferencia de la figura anterior, la mayor proximidad entre rigidizadores sigue produciendo aumento de resistencia incluso en distancias muy pequeñas (véase la parte izquierda de la figura).

Se puede apreciar en esta figura y también en el resto que, a pesar de ser beneficioso el aumento de rigidez del rigidizador longitudinal, este aumento es cada vez menos eficiente, de forma que el incremento de resistencia producido al pasar de  $b_{sl} = 400$  mm a 600 mm es menor que el producido al pasar de 200 a 400, el cual a su vez es menor que el aumento experimentado al pasar de no tener rigidizador a tener uno de 200 mm de ancho.

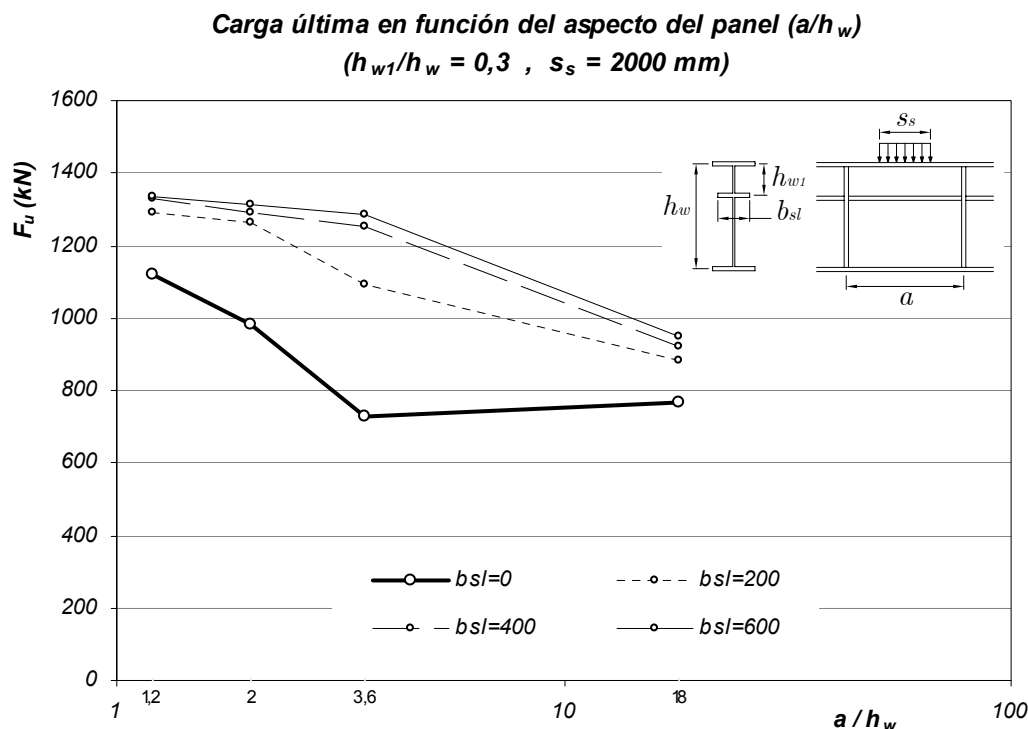


Figura 4-8 Carga última obtenida en los ensayos numéricos

Esta figura es muy similar en la forma a la figura 4-6, aunque con valores resistentes sensiblemente mayores.

## 4.7 Formulación propuesta

### 4.7.1 Estrategia

Tal como se ha expuesto en 4.6.1, se considera que la actual formulación del eurocódigo no recoge bien el aumento de resistencia frente a patch loading que se produce en un panel a medida que aproximamos los rigidizadores verticales entre sí.

Dicha formulación tampoco recoge adecuadamente el efecto favorable producido por la presencia de rigidizador longitudinal.



Finalmente, la desviación en los resultados es máxima en paneles donde se combinan las dos situaciones planteadas, rigidizadores verticales próximos entre sí y presencia de rigidizador longitudinal.

La consideración del rigidizador longitudinal en la formulación del eurocódigo se realiza únicamente mediante el coeficiente de abolladura  $k_F$ . La distancia entre rigidizadores verticales se considera en este coeficiente y también en la longitud de plastificación del alma  $l_p$ .

Se ha considerado que la estrategia más lógica consiste en ‘ajustar’ una propuesta de formulación que produzca buenos resultados en vigas sin rigidización longitudinal, y posteriormente realizar los ajustes pertinentes en el coeficiente  $k_F$  de forma que únicamente afecten a los casos rigidizados longitudinalmente.

#### ***4.7.2 Influencia de la longitud de carga (1ª modificación)***

Entre los 56 casos utilizados finalmente, hay 8 casos sin rigidización longitudinal que nos permitieran proponer mejoras en la formulación. Cuatro de ellos tienen como longitud de carga  $s_s = 400$  mm y los otros cuatro 2000 mm. La gráfica siguiente muestra la evolución de estas dos situaciones al modificar la distancia entre rigidizadores verticales ( $a$ ):

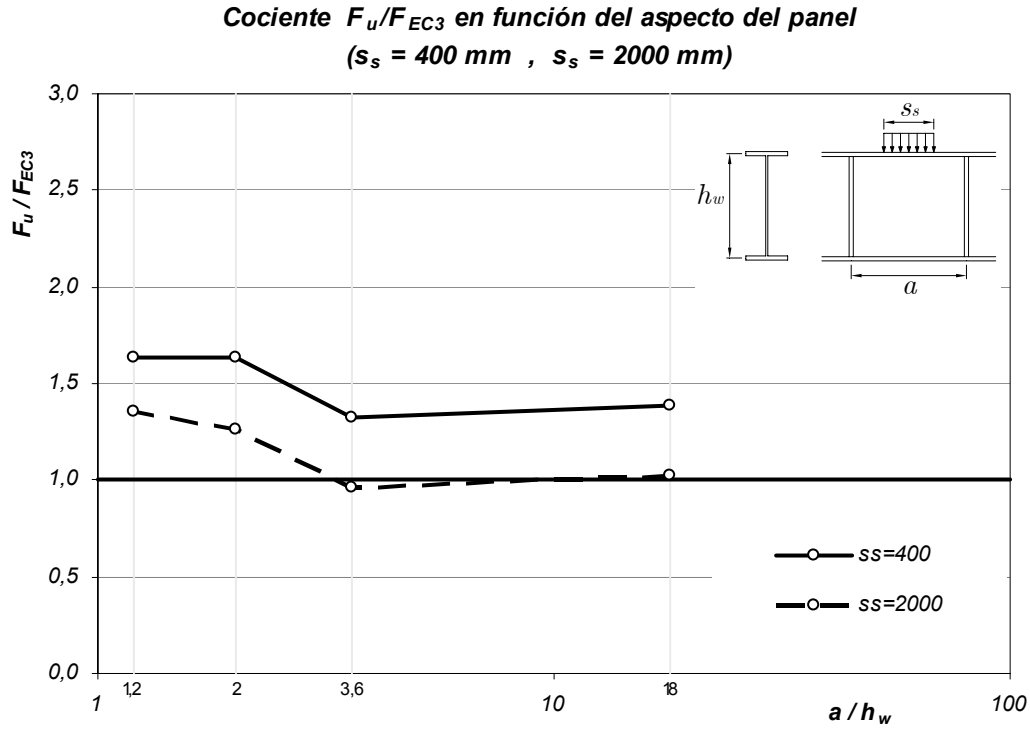


Figura 4-9 Cociente carga última FEM / carga última Eurocódigo 3  
en vigas sin rigidización longitudinal

Las dos gráficas son casi paralelas pero una de ellas se encuentra muy por encima de la otra, es decir que el eurocódigo subestima el caso con menor longitud de carga, pero lo hace independientemente del parámetro  $a/h_w$ .

Nos planteamos en primer lugar neutralizar el efecto del parámetro  $s_s$ . Interesaría entonces que la formulación proporcionase valores más altos para los valores pequeños de  $s_s$ . Se conseguiría así aproximar las dos gráficas que solamente difieren en la longitud de carga  $s_s$ .

La influencia del parámetro  $s_s$  se limita al cálculo de la longitud efectiva de carga  $l_y$ , por ello en esta expresión se propone la siguiente modificación, con objeto de dar mayor peso a la longitud  $s_s$ :

$$l_y = 3 s_s + 2 t_f \left( 1 + \sqrt{m_1 + m_2} \right)$$

Hemos aplicado un factor de tres a la longitud  $s_s$ . Como se ha dicho, el parámetro  $s_s$  solamente aparece en esta expresión, motivo que justifica que la modificación se haga en ella. Hay que hacer notar que, tras una lectura atenta del apartado 36.1 de la EAE o del equivalente en el eurocódigo, puede verse que el valor  $s_s$  queda limitado a un valor máximo igual a la altura del alma ( $h_w$ ). Con el cambio propuesto, es el producto  $3 \cdot s_s$  el que queda sujeto a dicha restricción. Esto hace que los valores pequeños de  $s_s$  se vean aumentados, pero los valores con  $s_s$  grande queden limitados al valor  $s_s = h_w$ .

Con estas consideraciones, añadimos a la figura 4-9 dos nuevas gráficas que resultan de utilizar la formulación propuesta para  $l_y$ . Los resultados pueden verse en la figura 4-10.

Las gráficas para  $s_s = 2000$  mm son coincidentes y por eso una de ellas queda oculta. Esto se debe a la limitación de  $s_s$  (o del producto  $3 \cdot s_s$ ), que se alcanza con ambas formulaciones para el caso  $s_s = 2000$  mm, y por tanto se utiliza el valor  $h_w$ .

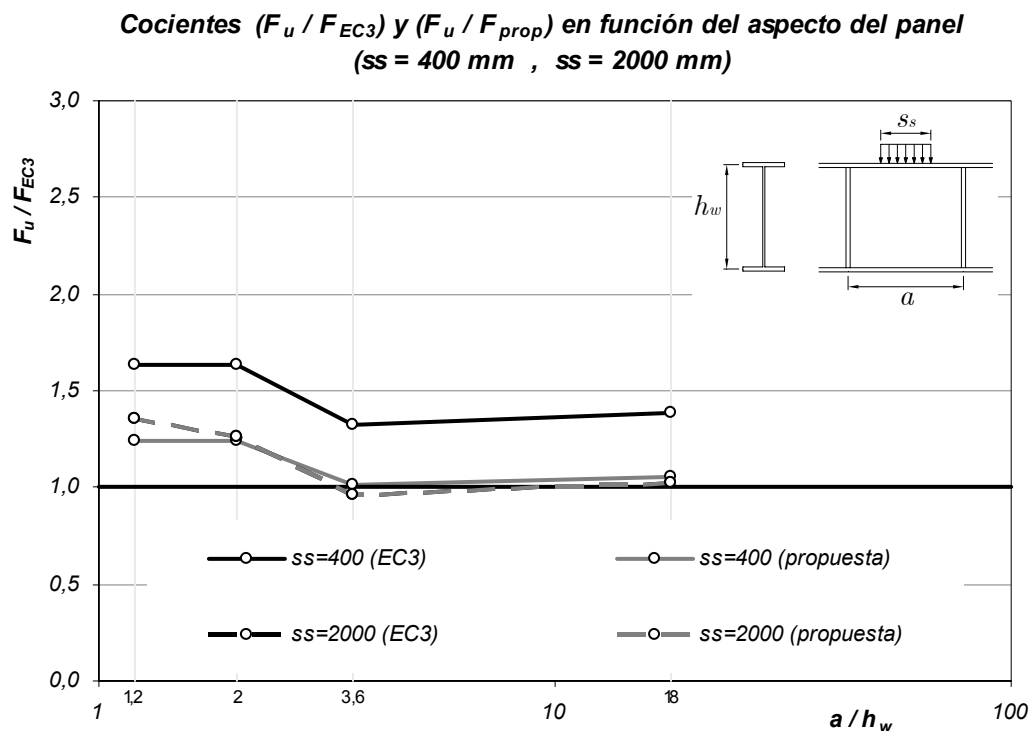


Figura 4-10 Cociente carga última FEM / carga última formulación propuesta (1ª modificación), en vigas sin rigidización longitudinal

Factores mayores que tres en la modificación propuesta permiten ajustar mejor los valores más a la derecha de la figura, pero por contra aumentan las diferencias en la región de la izquierda, es decir, para valores  $a/h_w$  pequeños.

Con la modificación propuesta corregimos en gran medida las diferencias entre los casos con  $s_s = 400$  y  $2000 \text{ mm}$ . Sin embargo, y de cara a futuros estudios, es conveniente comprobar que esta modificación produce igualmente buenos resultados para valores intermedios de la longitud de carga.

Por otra parte, en la figura se aprecia claramente el efecto comentado según el cual se subestima la resistencia en los casos con una distancia pequeña entre rigidizadores verticales. Cuantificando, se puede decir que por debajo de un valor crítico aproximado  $a/h_w = 3$  se produce la desviación en los resultados. La corrección de las desviaciones debidas a la influencia

de  $a/h_w$  se lleva a cabo en el siguiente apartado, habiendo corregido previamente la influencia del parámetro  $s_s$ .

### 4.7.3 Influencia del parámetro $a/h_w$ (2ª modificación)

En segundo lugar nos planteamos modificar la formulación interviniendo en el parámetro  $a/h_w$ . En la figura 4-10 puede apreciarse cómo la bondad del ajuste entre eurocódigo y resultados numéricos varía en función de este valor.

En la formulación, la relación  $a/h_w$  aparece solamente dentro del cálculo del coeficiente de abolladura  $k_F$ , cuya expresión original es:

$$k_F = 6 + 2 \left( \frac{h_w}{a} \right)^2$$

Observando la figura 4-10 vemos que para valores pequeños de  $a/h_w$  el valor predicho por la formulación resulta pequeño (de forma que  $F_u/F_{EC3}$  se hace grande). Nos conviene entonces aumentar el valor del cociente  $h_w/a$  a medida que este se hace grande, cosa que puede hacerse aumentando el exponente o el coeficiente de valor 2 que actúa sobre él. Esta última opción se ha considerado mejor ya que respeta el origen analítico de la expresión y permite conseguir buenos resultados.

En resumen, con objeto de aumentar la ‘pendiente’ (aunque se trata de una función cuadrática y no de una recta) de la función  $k_F(h_w/a)$ , se propone aumentar el coeficiente que afecta a  $h_w/a$ . Después de múltiples pruebas, la expresión que se propone es la siguiente:

$$k_F = 5 + 6 \left( \frac{h_w}{a} \right)^2$$

Nótese que también se ha modificado el término independiente a posteriori, con la idea de ajustar las gráficas lo mejor posible. En concreto se ha pretendido evitar que hubiese valores de  $F_u/F_{prop}$  por debajo de la unidad tal como sucede en la región central de la figura 4-10.

Los resultados que produce esta última expresión (junto con la modificación del parámetro  $l_y$  realizada en el apartado anterior) se muestran a continuación. Para apreciar mejor los cambios puede compararse la figura siguiente con la figura 4-10.

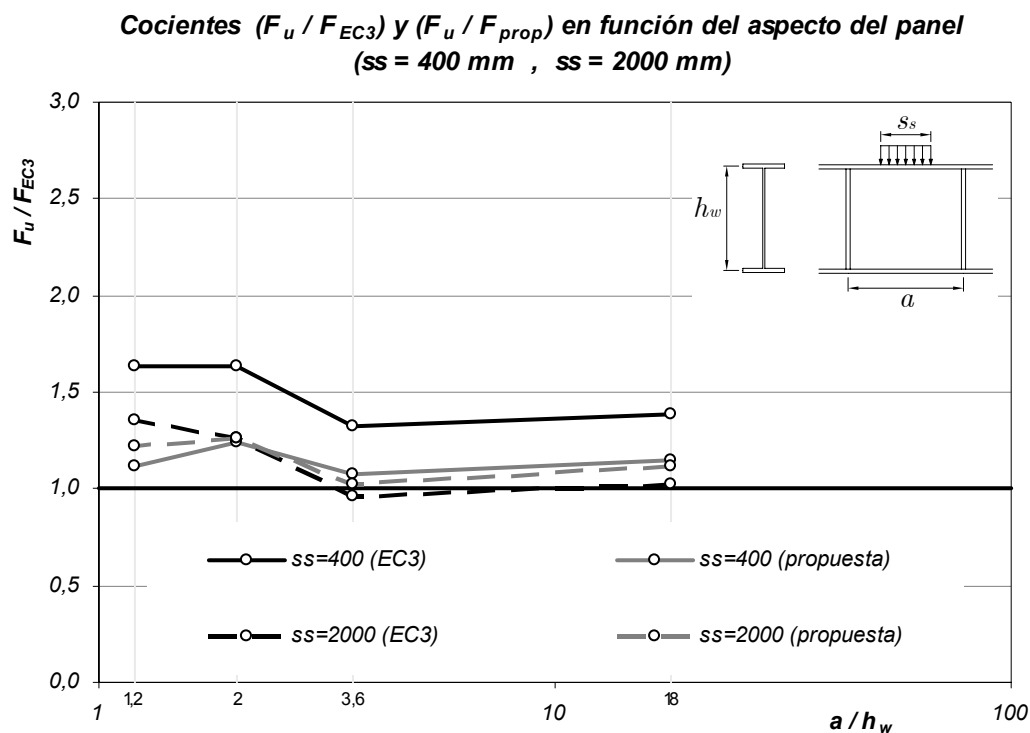


Figura 4-11 Cociente carga última FEM / carga última formulación propuesta (2ª modificación), en vigas sin rigidización longitudinal

Aunque un buen ajuste resulta difícil, se consigue de esta forma que la gráfica sea aproximadamente horizontal, es decir, que la influencia del parámetro  $a/h_w$  sea pequeña, y que no se penalice la presencia de rigidizadores verticales próximos entre sí.

#### 4.7.4 *Influencia del rigidizador longitudinal (3ª modificación)*

La formulación del eurocódigo fue planteada inicialmente para vigas sin rigidizador longitudinal. Un conjunto de expresiones propuesto por Graciano [9] , que modifica únicamente el cálculo del coeficiente  $k_F$ , puede utilizarse para calcular la resistencia a patch loading de una viga con rigidizador longitudinal (aunque este cálculo aparece en el eurocódigo en la sección de comentarios).

En el apartado 4.6.1 se muestran las gráficas comparativas entre los resultados numéricos obtenidos y el cálculo según eurocódigo. Hacíamos allí referencia a la diferencia entre ambos utilizando el cociente  $F_u / F_{EC3}$  , que en algunos casos era superior a 2. El propósito ahora es modificar las expresiones propuestas por Graciano para mejorar el ajuste de los resultados.

Para mantener la coherencia en todas las modificaciones propuestas aquí, partiremos de base con las modificaciones de los apartados 4.7.2 y 4.7.3 cuyas expresiones originales y modificadas se muestran como recordatorio.

La formulación original presenta las expresiones siguientes:

$$l_y = s_s + 2 t_f \left( 1 + \sqrt{m_1 + m_2} \right)$$

$$k_F = 6 + 2 \left( \frac{h_w}{a} \right)^2$$

Que tras las modificaciones resultan en:

$$l_y = 3 s_s + 2 t_f \left( 1 + \sqrt{m_1 + m_2} \right)$$

$$k_F = 5 + 6 \left( \frac{h_w}{a} \right)^2$$

Para la consideración del rigidizador longitudinal, las expresiones dadas por el eurocódigo son:

$$k_F = 6 + 2 \left( \frac{h_w}{a} \right)^2 + \left( 5,44 \frac{h_{w1}}{a} - 0,21 \right) \sqrt{\gamma_s} \quad \text{para} \quad 0,05 \leq \frac{h_{w1}}{a} \leq 0,3$$

Cabe destacar que el primer término de esta expresión es igual que en el caso sin rigidizador, de forma que la única diferencia radica en la adición de un segundo término. En él aparece la rigidez del rigidizador longitudinal  $\gamma_s$  que se calcula como sigue:

$$\gamma_s = 10,9 \frac{I_{sl1}}{h_w t_w^3} \leq 13 \left( \frac{a}{h_w} \right)^3 + 210 \left( 0,3 - \frac{h_{w1}}{h_w} \right)$$

Aplicando las modificaciones comentadas, los resultados obtenidos son los siguientes:

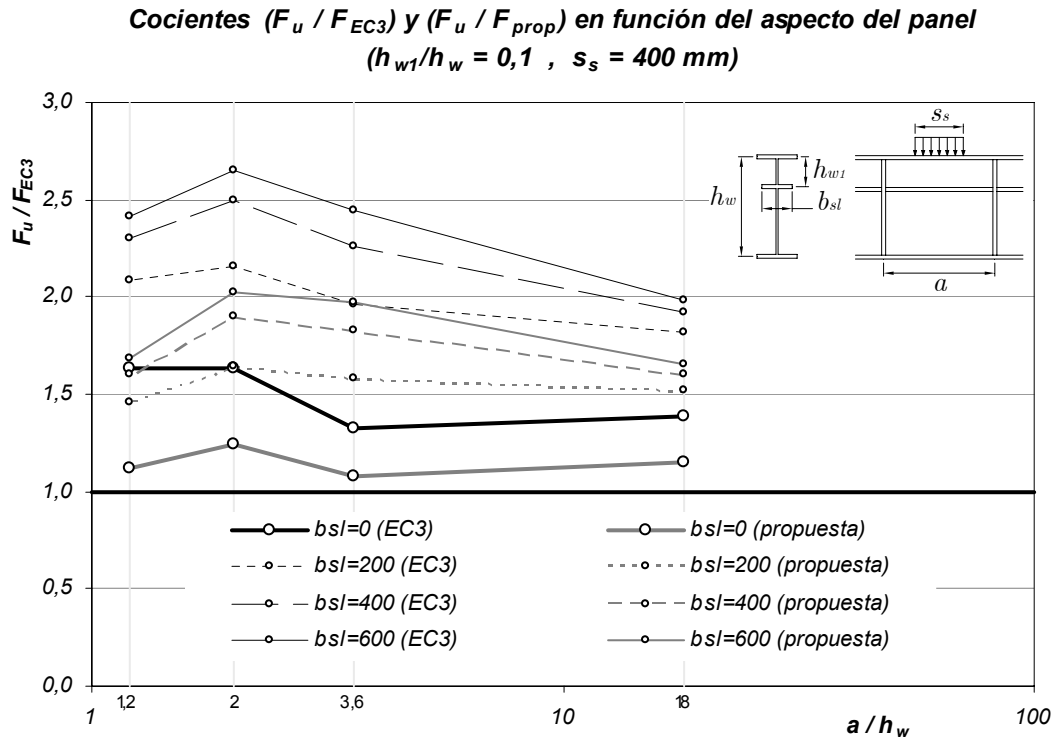


Figura 4-12 Cocientes carga última FEM / carga última Eurocódigo 3 y carga última FEM / carga última de la formulación propuesta (2ª modificación)



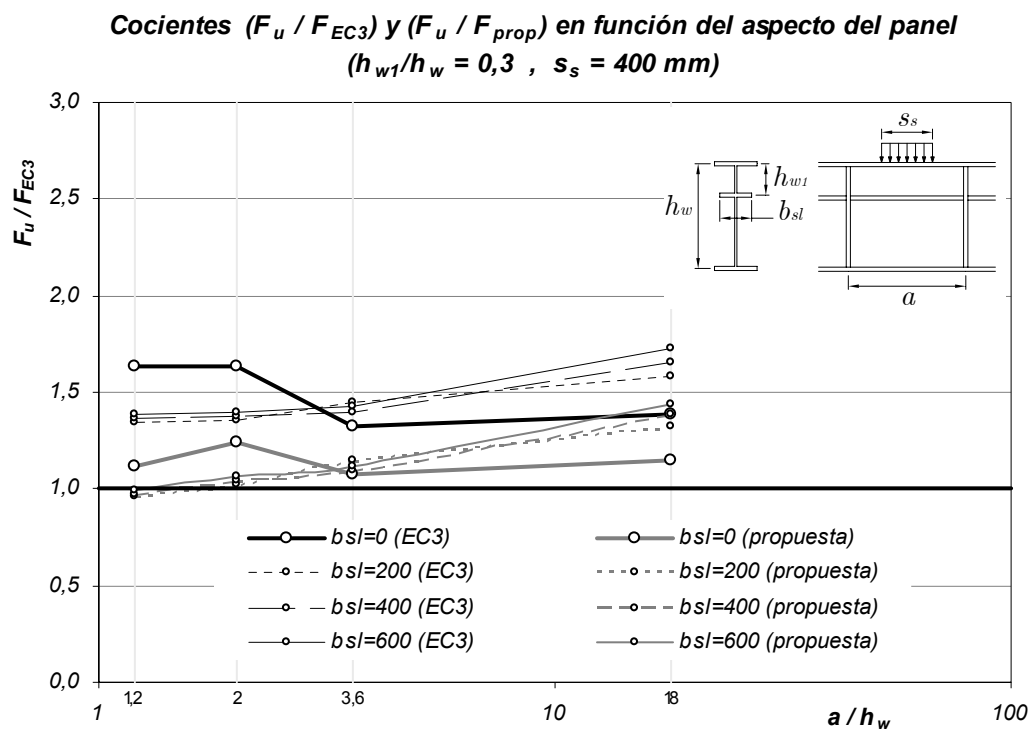


Figura 4-13 Cocientes carga última FEM / carga última Eurocódigo 3 y carga última FEM / carga última de la formulación propuesta (2ª modificación)

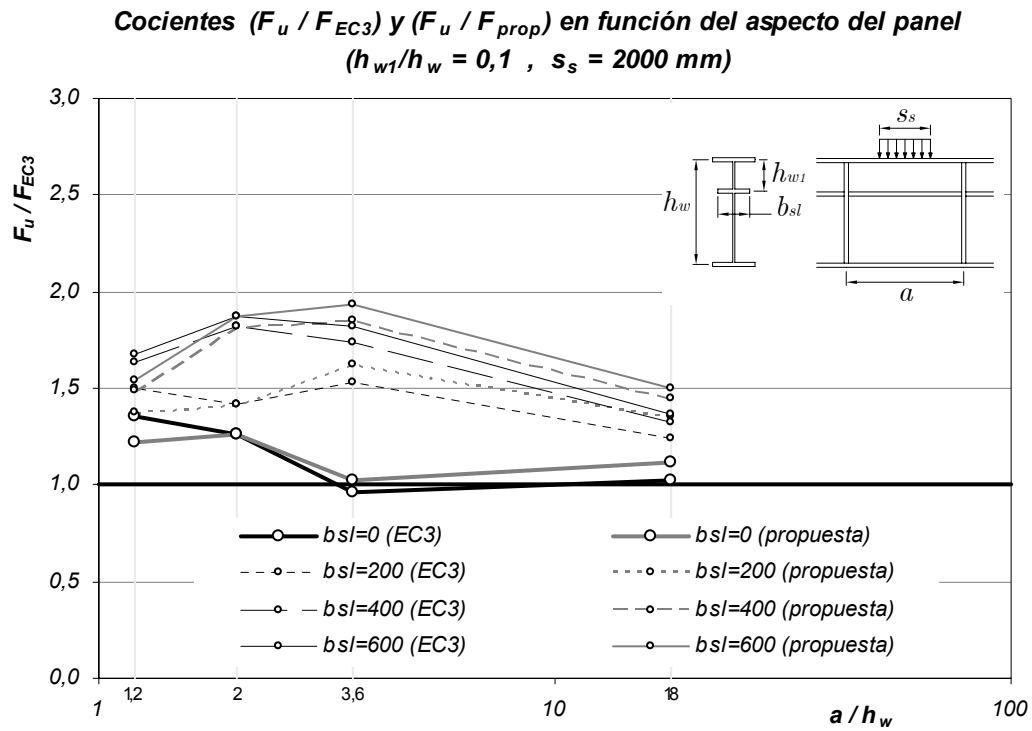


Figura 4-14 Cocientes carga última FEM / carga última Eurocódigo 3 y  
 carga última FEM / carga última de la formulación propuesta (2ª modificación)

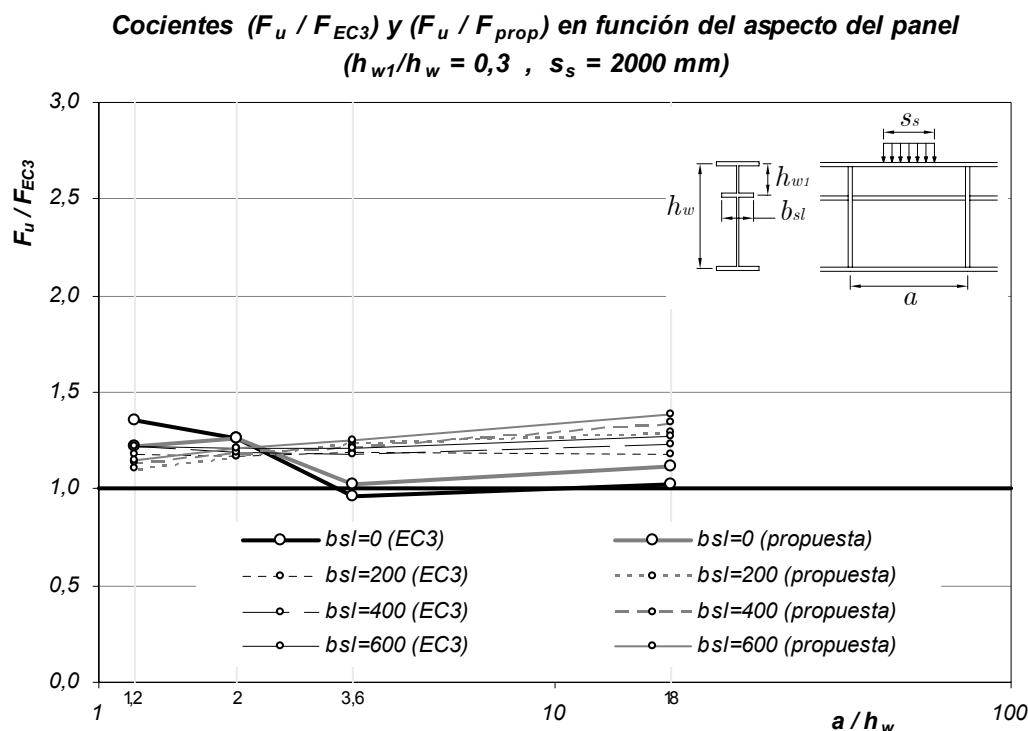


Figura 4-15 Cocientes carga última FEM / carga última Eurocódigo 3 y  
 carga última FEM / carga última de la formulación propuesta (2ª modificación)

Los casos con  $h_{w1}/h_w = 0,1$  producen con esta formulación valores de  $F_u/F_{prop}$  muy alejados de la unidad, principalmente en la parte central e izquierda de las figuras. Por el contrario, los casos con  $h_{w1}/h_w = 0,3$  se encuentran bastante próximos a la unidad, tendiendo a alejarse de ella en la región derecha de las figuras, es decir, en los casos con rigidizadores transversales muy separados entre sí.

Para contrarrestar estas desviaciones, se ha considerado oportuno involucrar en la expresión de  $k_F$  los parámetros  $h_w/h_{w1}$ , la longitud de carga ( $s_s$ ) y el coeficiente de aspecto del panel ( $a/h_w$ ).

Después de realizar un gran número de variaciones en distintos parámetros y coeficientes, la expresión que se propone alcanza un compromiso razonable con los resultados numéricos en los 48 casos con rigidizador longitudinal seleccionados:

$$k_F = 5 + 6 \left( \frac{h_w}{a} \right)^2 + \frac{0,55 h_w}{h_{w1} + 0,2 s_s + 0,3 a} \cdot \sqrt{\gamma_s}$$

La expresión original para calcular  $\gamma_s$  ofrece un ajuste muy bueno ya que ninguna de las modificaciones que en ella se han probado ha conseguido mejorar la igualdad de los resultados. Por ello, se ha mantenido sin cambios.

Se puede observar que el primer término de esta expresión es idéntico al propuesto para vigas sin rigidizador longitudinal, manteniendo así una mínima afectación en la formulación al considerar la presencia del rigidizador longitudinal.

Finalmente, recordar que el buen ajuste de esta expresión se produce manteniendo la modificación antes planteada en el cálculo de la longitud de plastificación  $l_y$ :

$$l_y = 3 s_s + 2 t_f \left( 1 + \sqrt{m_1 + m_2} \right)$$

A continuación se muestran las figuras del apartado 4.6.1 en las cuales se ha incluido una gráfica (color gris) con los valores obtenidos mediante la formulación propuesta, por cada una de las gráficas de la figura. Se mantienen también las gráficas original y modificada de los casos sin rigidización longitudinal (trazo grueso). Se recuerda que los valores del eje de ordenadas se refieren al cociente de la fuerza obtenida mediante la modelización en Abaqus, respecto la fuerza prevista en el eurocódigo, ya sea con la formulación existente (negro) o con las modificaciones aquí propuestas (gris).

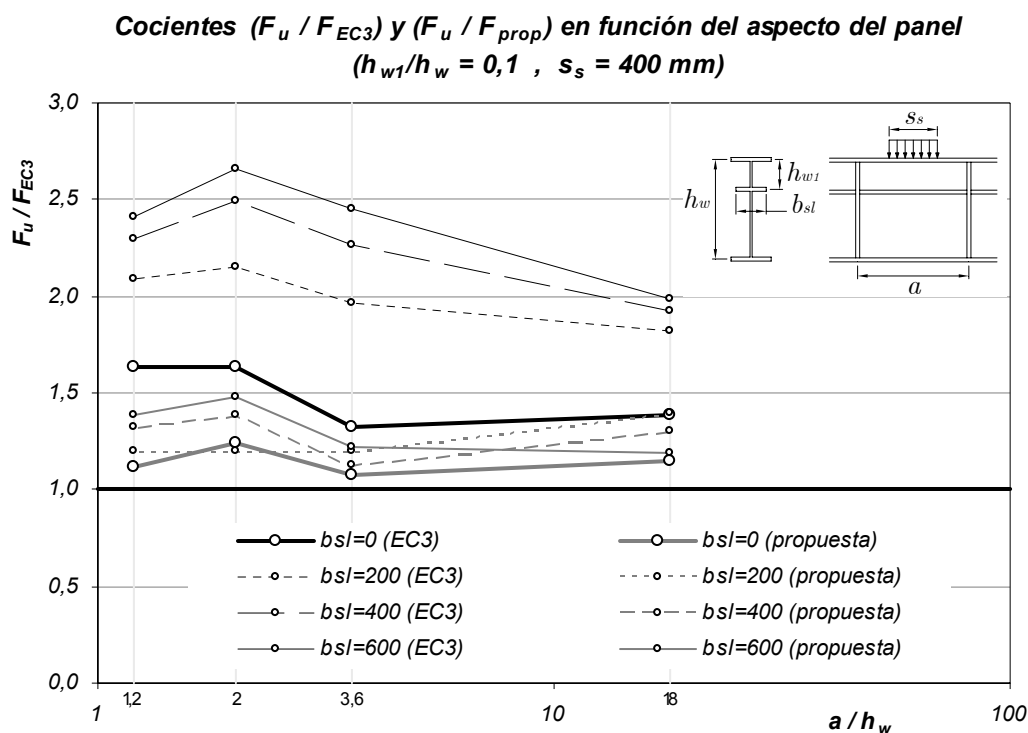


Figura 4-16 Cocientes carga última FEM / carga última Eurocódigo 3 y carga última FEM / carga última de la formulación propuesta (3ª modificación)

El conjunto de resultados de la figura son los que han presentado mayor dificultad para obtener un buen ajuste, si bien es cierto que se parte de unos resultados especialmente infravalorados, con cocientes  $F_u / F_{EC3}$  entre 2,0 y 3,0.

Tal como se veía en 4.6.2, para  $h_{w1}/h_w = 0,1$  se obtienen valores de resistencia mayores que cuando este parámetro vale 0,3, especialmente cuando los rigidizadores transversales se encuentran próximos entre sí.

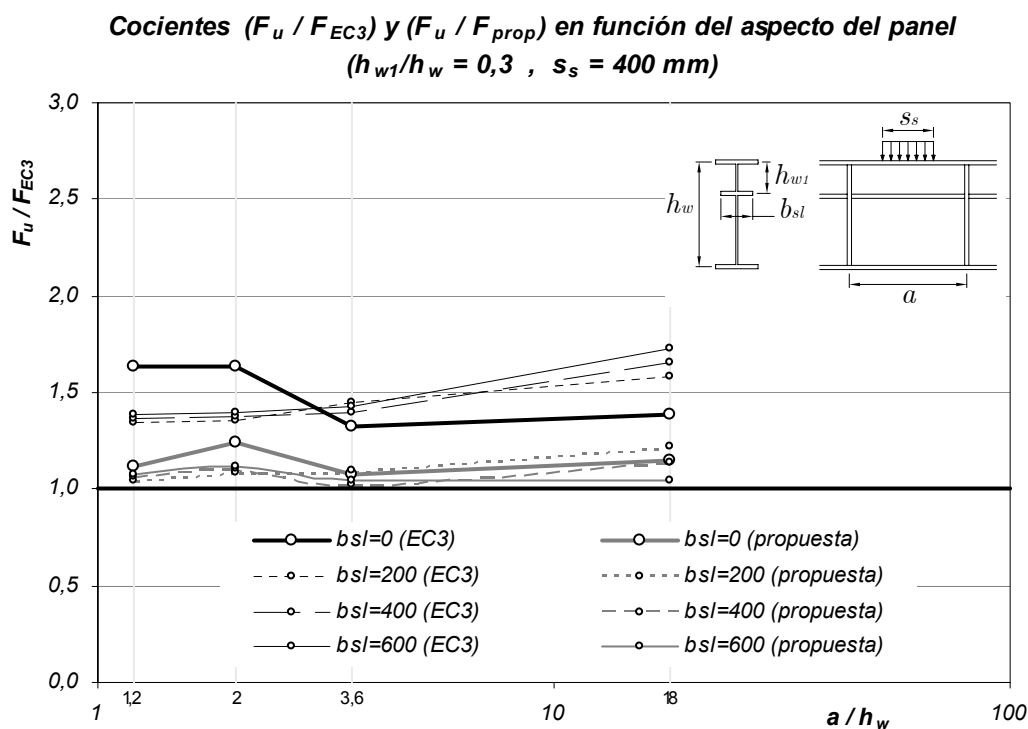


Figura 4-17 Cocientes carga última FEM / carga última Eurocódigo 3 y carga última FEM / carga última de la formulación propuesta (3ª modificación)

La figura 4-17 establece la comparación en los casos en que el rigidizador longitudinal se encuentra a 600 mm del ala superior ( $h_{w1}/h_w = 0,3$ ). Puede verse que el ajuste es mejor que en el caso anterior.

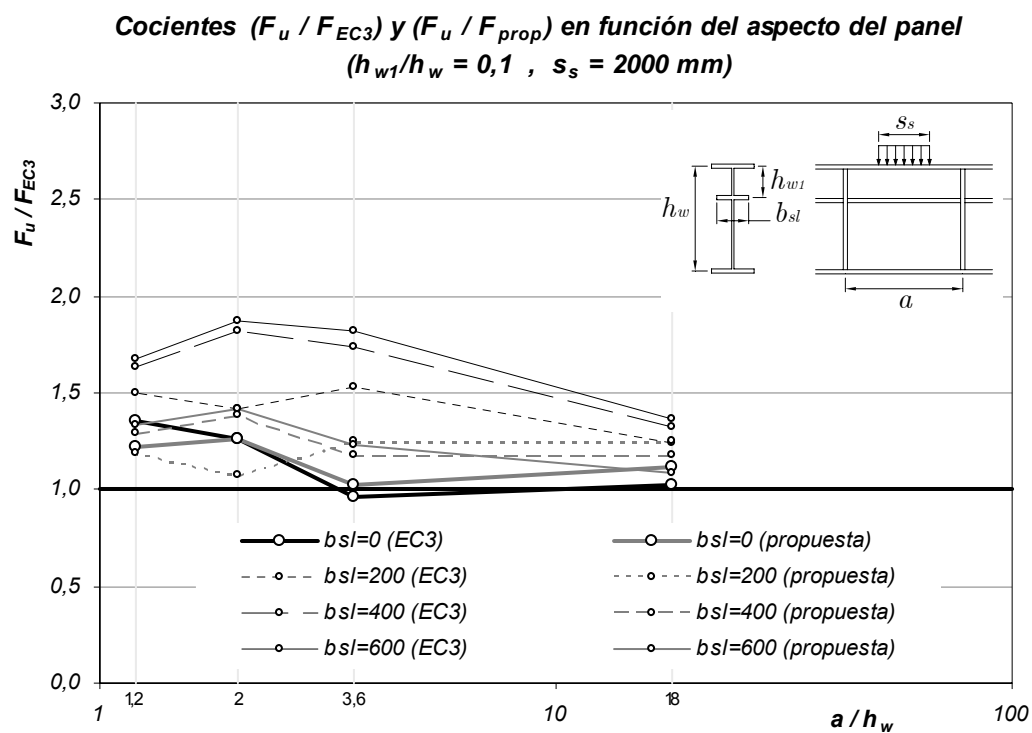


Figura 4-18 Cocientes carga última FEM / carga última Eurocódigo 3 y carga última FEM / carga última de la formulación propuesta (3ª modificación)

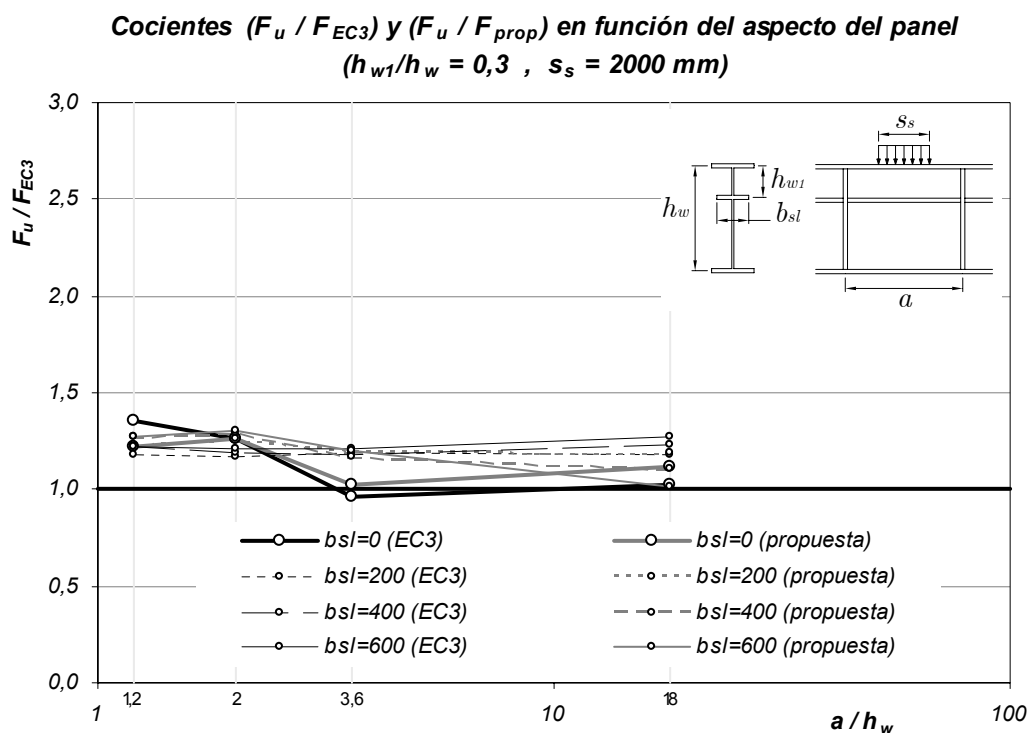


Figura 4-19 Cocientes carga última FEM / carga última Eurocódigo 3 y carga última FEM / carga última de la formulación propuesta (3ª modificación)

Finalmente, para evaluar las mejoras aportadas por la formulación propuesta (en referencia a su mejor ajuste con los resultados numéricos obtenidos por el método de los elementos finitos), se presenta la figura 4-20 en la que se muestran, de forma comparativa, los histogramas de los cocientes que resultan de dividir la carga última procedente de los ensayos numéricos entre la carga última calculada según la formulación, ya sea el Eurocódigo 3 o la formulación propuesta.



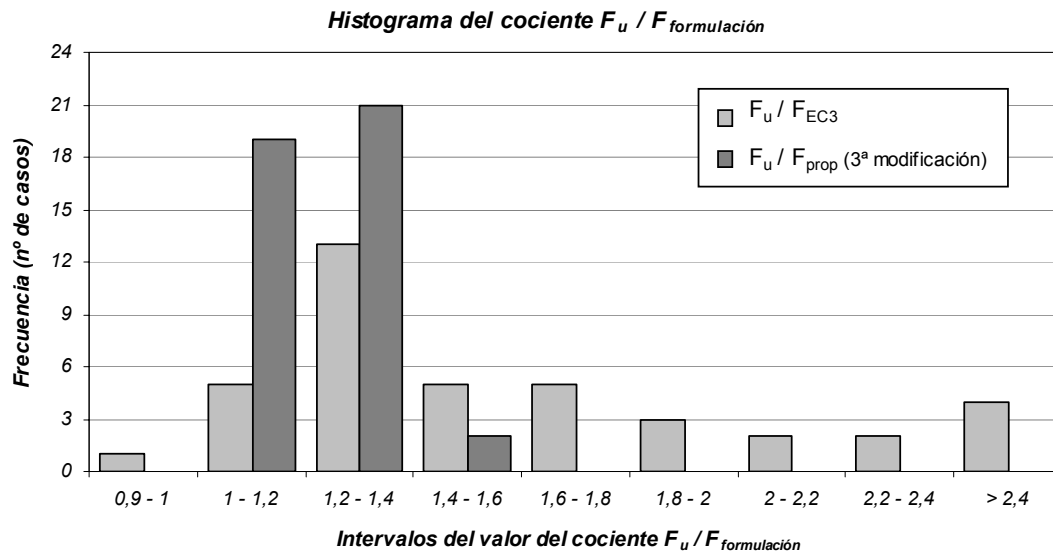


Figura 4-20 Comparación de los histogramas de los cocientes  $F_u / F_{EC3}$  y  $F_u / F_{\text{prop}}$

Puede verse que el histograma de la nueva formulación resulta mucho más concentrado. El 93% de los casos se sitúan en un valor del cociente  $F_u / F_{\text{prop}}$  entre 1 y 1,4 (frente al 42% de la actual formulación) y solamente 2 casos se sitúan entre 1,4 y 1,6 (frente a los 21 casos que superan 1,4 en la actual formulación, llegando a valores de 2,6).

En vista de los resultados, puede afirmarse que los cambios propuestos supondrían una importante mejora en la evaluación de la resistencia última frente a cargas concentradas.



# 5 *Conclusiones*

## 5.1 *Conclusiones*

La mayoría de estudios sobre patch loading realizados han modelizado el problema mediante un único panel cuyos límites laterales quedaban marcados por la presencia de rigidizadores transversales.

La elaboración de un modelo numérico más realista, que representa una viga completa en lugar de un único panel, puede considerarse un paso adelante en el estudio del patch loading a pesar de que ha generado multitud de dificultades añadidas al problema. Una de ellas es que se incrementan enormemente los tiempos de computación y la memoria consumida en cada análisis, lo que hace necesario optimizar la geometría de la malla.

En relación con los pormenores de la modelización, se ha llegado a algunas conclusiones tales como la necesidad de introducir condiciones de vinculación que estabilicen lateralmente la viga para evitar el fenómeno del pandeo lateral.

La zona de aplicación de la carga es una zona conflictiva y difícil de modelizar. En este estudio se ha considerado necesario coaccionar los giros en la superficie cargada respecto a ejes horizontales para evitar que se produjesen fallos por rotación del ala superior.

Estas dificultades planteadas acerca de la modelización, las condiciones de apoyo laterales y de la zona de carga, deberían resolverse teniendo en cuenta la realidad física que se quiere modelizar.

En cuanto a los resultados puede decirse que, efectivamente, los resultados derivados del modelo numérico difieren de forma considerable con los resultados que proporciona la formulación EN 1993-1-5. En concreto, se ha comprobado que la formulación del eurocódigo subestima la resistencia última a patch loading de las vigas que presentan rigidizadores transversales próximos entre sí (especialmente con valores  $a/h_w < 4$ , que son habituales en la práctica). Se comprueba también que dicha desviación es mayor en presencia de rigidizador longitudinal, aumentando a medida que este tiene mayor inercia y que se encuentra más próximo al ala superior, y con longitudes de carga  $s_s$  pequeñas.

La comparación entre los resultados numéricos y los que proporciona la formulación actual ha permitido ensayar un gran número de modificaciones en las expresiones de esta última, y finalmente seleccionar aquellas que producen el mejor resultado:

Expresiones en la formulación EN 1993-1-5	Expresiones propuestas
$l_y = s_s + 2 t_f \left( 1 + \sqrt{m_1 + m_2} \right)$	$l_y = 3 s_s + 2 t_f \left( 1 + \sqrt{m_1 + m_2} \right)$
$k_F = 6 + 2 \left( \frac{h_w}{a} \right)^2$	$k_F = 5 + 6 \left( \frac{h_w}{a} \right)^2$
$k_F = 6 + 2 \left( \frac{h_w}{a} \right)^2 + \left( 5,44 \frac{h_{w1}}{a} - 0,21 \right) \sqrt{\gamma_s}$	$k_F = 5 + 6 \left( \frac{h_w}{a} \right)^2 + \frac{0,55 h_w}{h_{w1} + 0,2 s_s + 0,3 a} \cdot \sqrt{\gamma_s}$

Tabla 5.1 Modificaciones propuestas para la formulación EN 1993-1-5

## 5.2 *Futuras líneas de trabajo*

A lo largo de la elaboración de este trabajo se han encontrado dificultades que no han podido resolverse sobre la marcha, ya sea por estar demasiado avanzado el estudio en una línea de trabajo distinta, como por tratarse de problemas que por sí solos pueden constituir tema para un nuevo estudio.

De cara a facilitar la resolución de estos problemas en futuros estudios, se ha considerado de utilidad detallar las experiencias acumuladas durante la elaboración de esta tesina. Algunos de los aspectos que más dificultades han generado y que han querido destacarse aquí se enumeran a continuación:

- Discriminación del tipo de elemento finito más adecuado en cuanto a tiempo de procesamiento y recursos de memoria, considerando un modelo de viga completa. Se propone explícitamente la evaluación del elemento tipo S4 (tal como se define en Abaqus) frente al S9R5 utilizado en este trabajo (ver apartado 3.3.5).
- Determinación de un modelo de introducción de cargas sencillo y que produzca buenos resultados (ver apartado 3.5).
- Determinación de un conjunto de condiciones de vinculación de la viga que permitan estudiar el fenómeno de patch loading con una mínima interferencia de otros modos de fallo (ver apartado 3.4). Este aspecto, junto con el de la introducción de cargas han sido el verdadero caballo de batalla de la modelización, y constituyen requisitos imprescindibles para alcanzar resultados precisos.
- Algunos de los parámetros del estudio paramétrico presentan un número de casos evaluados muy bajo. Es el caso de, por ejemplo, la longitud de carga  $s_s$  (2 valores), aunque hay otros. Para poder tomar en consideración la validez de la formulación propuesta conviene evaluar más a fondo estas variables.



# 6 Referencias

- [1] Bergfelt, A. *Studies and tests on slender plate girders without stiffeners – Shear strength and local web crippling*. Proceedings, IABSE Colloquium, London. 1971, pp 67-83.
- [2] Bergfelt, A. *Patch loading on a slender web – Influence of horizontal and vertical web stiffeners on the load carrying capacity*. Chalmers University of Technology, Dept. of Structural Engineering, Div. of steel and timber structures. Göteborg, 1979.
- [3] Roberts, T.M. *Slender plate girders subjected to edge loading*. Proceedings of the Institution of civil Engineers, Part 2,71, p.805-819. 1981.
- [4] Lagerqvist, O. *Patch loading. Resistance of steel girders subjected to concentrated forces*. Doctoral Thesis. Lulea University of Technology. 1994.
- [5] Lagerqvist, O., Johansson B. *Resistance des âmes des poutres de ponts pendant le lancement*. Revue Construction Métallique, n° 2. 1996.
- [6] Lagerqvist, O., Johansson B. *Resistance of I-girders to concentrated forces*. Journal of Constructional Steel Research. Vol. 39, n° 2, pp 87-119. 1996.
- [7] Eurocode 3.- prEN 1993 part 1-5. *Plated structural elements. Stage 34 Draft*. 2003.

- [8] Chacon R., Mirambell E., Real E. *Algunas consideraciones sobre la resistencia de vigas armadas híbridas de acero ante cargas concentradas*. Hormigón y Acero, nº245, p.43-58. 2007.
- [9] Graciano, C. *Patch loading: Resistance of longitudinally stiffened steel girder webs*. Doctoral thesis. Lulea University of Technology. 2001.
- [10] Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc. *ABAQUS/Standard User's Manual, version 6.5-1*. Rhode Island, USA. 2005.
- [11] Graciano C., Edlund B. *Failure mechanism of slender girder webs with a longitudinal stiffener under patch loading*. Journal of Constructional Steel Research. Vol. 59, pp 561-586. 2002.
- [12] Karnikova I., Skaloud M., Janus K. *Effect of longitudinal stiffening on the ultimate strength of thin webs under patch loading*. Proceedings, Regional Colloquium on Stability of Steel Structures, Ivany M. Edt., Tihany, Hungary. pp 695-701. 1986.
- [13] Kutmanova I., Skaloud M. *Ultimate limit state of slender steel webs subject to (i) constant and (ii) repeated partial edge loading*. Journal of Constructional Steel Research. Vol. 21, pp 147-162. 1992.
- [14] Johansson B., Maquoi R., Sedlacek G. *New design rules for plated structures in Eurocode 3*. Journal of Constructional Steel Research. Vol. 57, pp 279-311. 2001.
- [15] Galéa, Y., Godart, B., Radouant, I., Raoul, J. Tests of buckling of panels subjected to in-plane patch loading. Proceedings of ECCS Colloquium, Ghent university. 1987.
- [16] Edlund B., Berholtz A. *Livbuckling vid lansering av slanka brobalkar av stal - en förstudie*. Int. Skr. Nr S 93:2. Avd. för Stal-Och Träbyggnad. Inst. för Konstruktionstenik. Chalmers Tekniska Högskola, Göteborg. 1993.
- [17] Granath P., Lagerqvist O. *Behaviour of girder webs subjected to patch loading*. Journal of Constructional Steel Research. 1999. Vol. 50, pp 49-69.
- [18] Ripa T., Pascual J. *Design Improvement for Patch Loading Resistance in Bridges During Launching*. Steelbridge 2004.



# 7 *Glosario*

## **A**

Abaqus 1, 3, 7, 12, 13, 28, 30, 31, 32, 33, 38,  
39, 44, 46, 47, 77, 85

Análisis de autovalores \_\_\_\_\_ 41, 42

## **B**

Bergfelt, A. \_\_\_\_\_ 19, 87

## **C**

Condiciones de vinculación 6, 28, 34, 36, 37,  
42, 85

## **E**

Eurocódigo 3 \_ 12, 13, 19, 25, 52, 57, 62, 66,  
67, 68, 70, 71, 72, 77

## **G**

Galéa, Y. \_\_\_\_\_ 84

Godart, B. \_\_\_\_\_ 84

Graciano, C. \_\_\_\_\_ 26, 71, 72, 88

Granath, P. \_\_\_\_\_ 84, 88

## **I**

Imperfección inicial \_\_\_\_\_ 41, 42, 47

***J***

Janus K. \_\_\_\_\_ 17, 88

Johansson, B. \_\_\_\_\_ 20, 87, 88

***K***

Karnikova I. \_\_\_\_\_ 17, 88

Kutmanova I. \_\_\_\_\_ 17, 88

***L***

Lagerqvist, O. \_\_\_\_\_ 20, 22, 23, 84, 87, 88

***M***

Modo de pandeo \_\_\_\_\_ 8, 43

***P***

Pandeo lateral \_\_\_\_\_ 34, 36, 37

Pascual, J. \_\_\_\_\_ 84, 88

Patch loading 1, 3, 5, 12, 13, 17, 18, 19, 20,  
36, 39, 40, 42, 48, 57, 58, 66, 71, 84, 85,  
88

Placa de carga \_\_\_\_\_ 17, 37, 38, 40, 41

***R***

Radouant, I. \_\_\_\_\_ 84

Raoul, J. \_\_\_\_\_ 84

Rigidización

longitudinal 1, 5, 6, 8, 12, 14, 15, 16, 17,  
18, 19, 24, 25, 26, 27, 29, 49, 50, 51, 58,  
59, 60, 63, 65, 66, 67, 69, 71, 72, 76, 77,  
79vertical\_ 1, 12, 14, 15, 19, 25, 29, 49, 50,  
59, 62, 66, 67, 69, 71, 76, 78, 83

Ripa, T. \_\_\_\_\_ 84, 88

Roberts, T.M. \_\_\_\_\_ 12, 20, 87

Rotación del ala superior \_\_\_\_\_ 36, 37

***S***

Skaloud, M. \_\_\_\_\_ 17, 88